

Preparación Específica para Concursos ACM-ICPC.

Tema #3 : Teoría de grafos.

Conferencia #6: Camino mínimo y árbol recubridor mínimo en un grafo.

Objetivos

- Familiarizar a los estudiantes con los principales conceptos relacionados con el camino mínimo y árbol recubridor mínimo en un grafo.

Objetivos

- ❑ Caracterizar los algoritmos para hallar el árbol recubridor mínimo de un grafo.
- ❑ Caracterizar los algoritmos para hallar el camino mínimo en un grafo.

Contenidos

- ❑ Árbol recubridor mínimo en un grafo.
 - ❑ Algoritmo de Kruskal
 - ❑ Algoritmo de Prim

- ❑ Camino mínimo en grafo
 - ❑ Algoritmo Dijkstra
 - ❑ Algoritmo Bellman-Ford
 - ❑ Algoritmo Floyd-Warshall

Bibliografía

- *Manual de preparación para concursantes ACM-ICPC de la Universidad de Matanzas.*

Árbol recubridor mínimo en un grafo

- Un árbol recubridor mínimo de un grafo es un subgrafo que tiene que ser un árbol y contener todos los vértices del grafo inicial.

Árbol recubridor mínimo en un grafo

- Y la suma del peso de sus aristas es menos o igual que otros árboles recubridores.

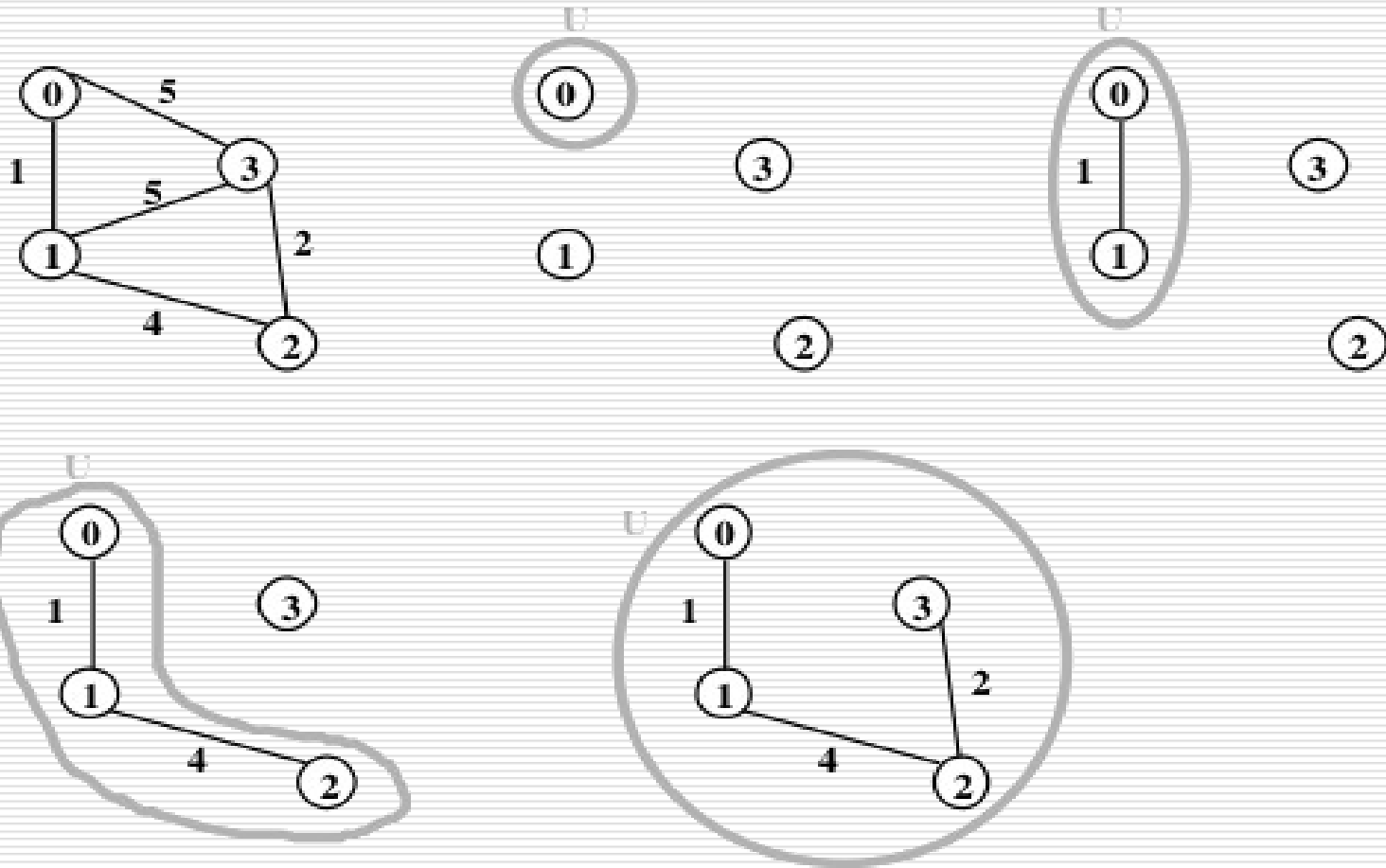
Algoritmo de Prim

- El algoritmo de Prim es un algoritmo perteneciente a la teoría de los grafos para encontrar un árbol recubridor mínimo en un grafo conexo, no dirigido y cuyas aristas están etiquetadas.

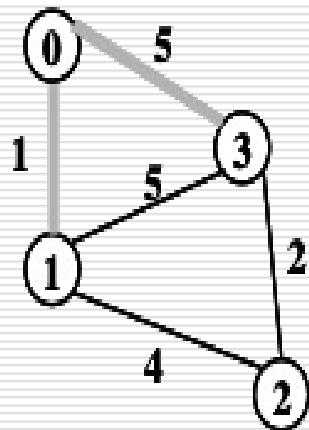
Algoritmo de Prim

- El algoritmo incrementa continuamente el tamaño de un árbol, comenzando por un vértice inicial al que se le van agregando sucesivamente vértices cuya distancia a los anteriores es mínima.

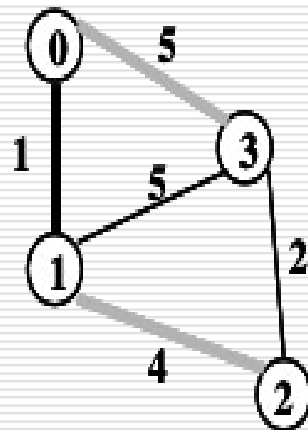
Algoritmo de Prim



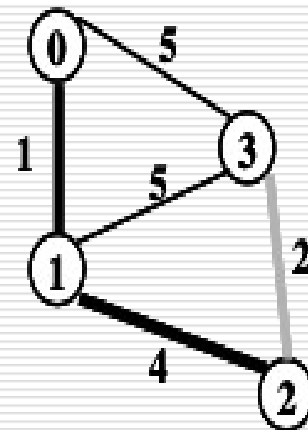
Algoritmo de Prim



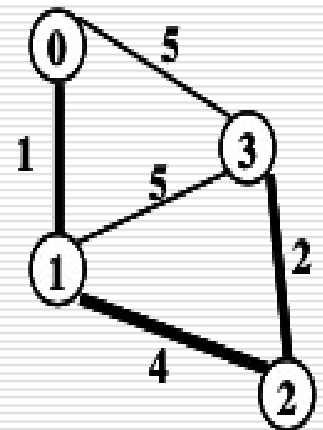
P: 0-3 0-1



P: 0-3 1-2



P: 2-3



P:

Algoritmo de Kruskal

- El algoritmo de Kruskal es un algoritmo de la teoría de grafos para encontrar un árbol recubridor mínimo en un grafo conexo y ponderado.

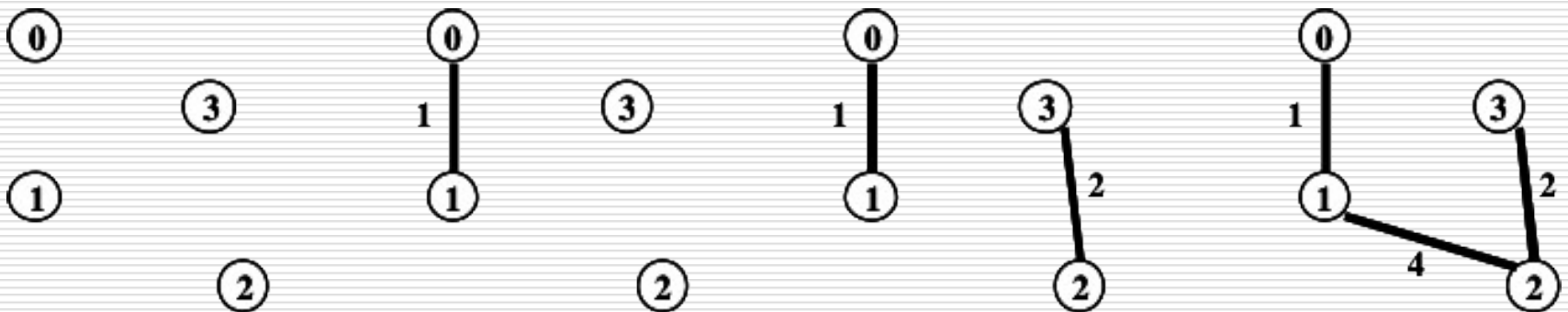
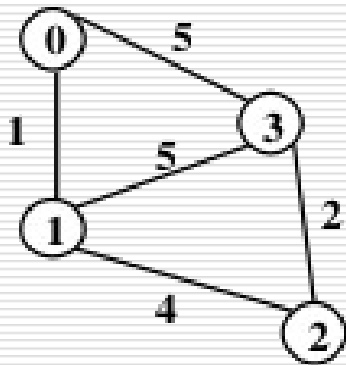
Algoritmo de Kruskal

- ❑ Funciona de la siguiente manera:
 - ❑ Se crea un bosque B (un conjunto de árboles), donde cada vértice del grafo es un árbol separado.
 - ❑ Se crea un conjunto C que contenga a todas las aristas del grafo.

Algoritmo de Kruskal

- ❑ Funciona de la siguiente manera:
 - ❑ Mientras C es no vacío.
 - ❑ Eliminar una arista de peso mínimo de C.
 - ❑ Si esa arista conecta dos árboles diferentes se añade al bosque, combinando los dos árboles en un solo árbol.
 - ❑ En caso contrario, se desecha la arista

Algoritmo de Kruskal



Camino mínimo en un grafo

- El problema de los caminos más cortos es el problema que consiste en encontrar un camino entre dos vértices (o nodos) de tal manera que la suma de los pesos de las aristas que lo constituyen es mínima.

Algoritmo Dijkstra

- Es un algoritmo para la determinación del camino más corto dado un vértice origen al resto de los vértices en un grafo con pesos en cada arista, siempre que los pesos sean positivos.

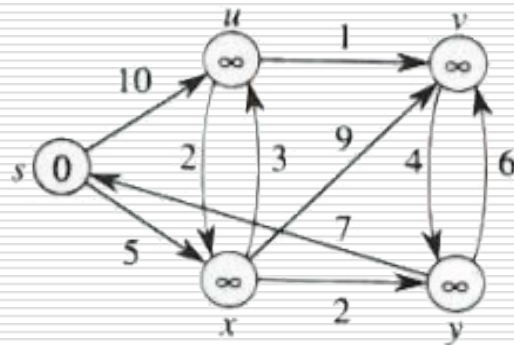
Algoritmo Dijkstra

- La idea subyacente en este algoritmo consiste en ir explorando todos los caminos más cortos que parten del vértice origen y que llevan a todos los demás vértices.

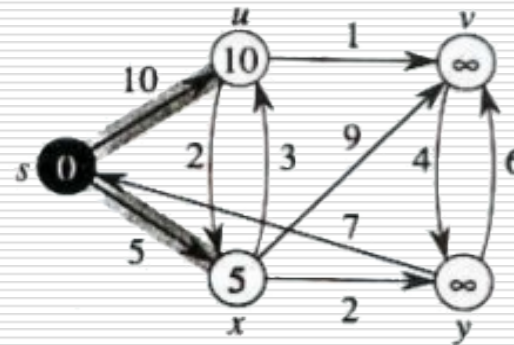
Algoritmo Dijkstra

- Cuando se obtiene el camino más corto desde el vértice origen, al resto de vértices que componen el grafo, el algoritmo se detiene.

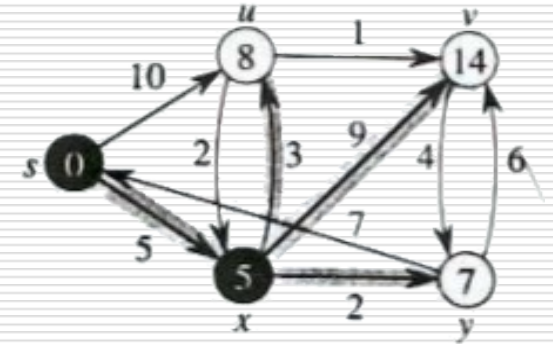
Algoritmo Dijkstra



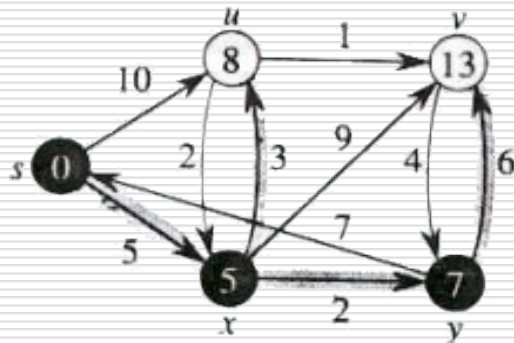
(a)



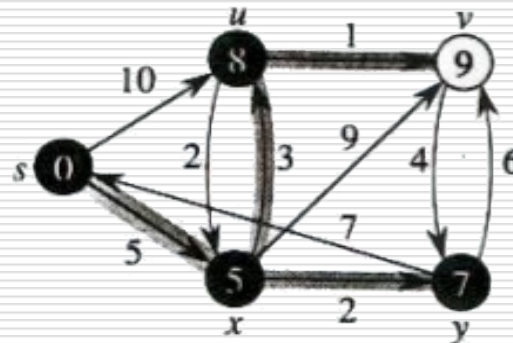
(b)



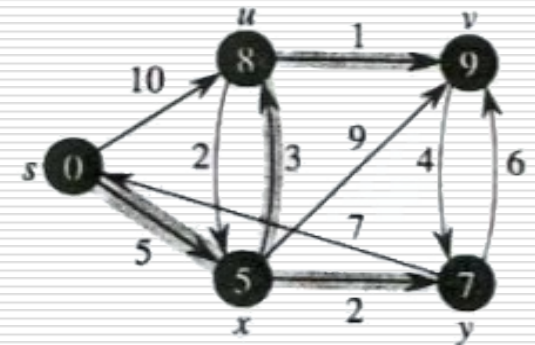
(c)



(d)



(e)



(f)

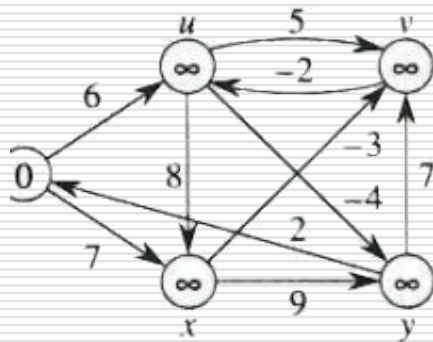
Algoritmo Bellman-Ford

- El algoritmo de Bellman-Ford (algoritmo de Bell-End-Ford), genera el camino más corto en un grafo dirigido ponderado en el que el peso de alguna de las aristas puede ser negativo.

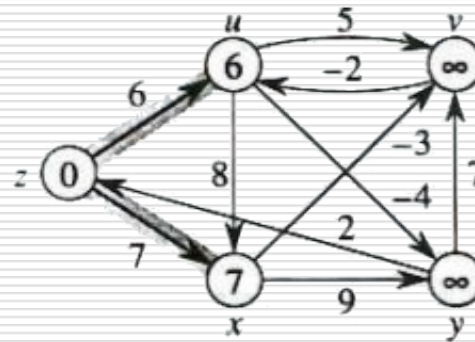
Algoritmo Bellman-Ford

- ❑ El algoritmo de Dijkstra resuelve este mismo problema en un tiempo menor, pero requiere que los pesos de las aristas no sean negativos. Por lo que el algoritmo Bellman-Ford normalmente se utiliza cuando hay aristas con peso negativo.

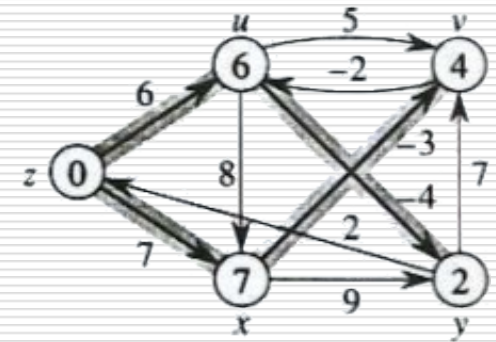
Algoritmo Bellman-Ford



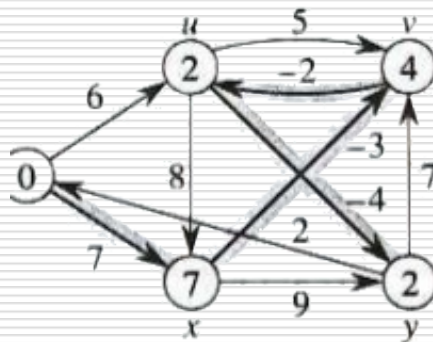
(a)



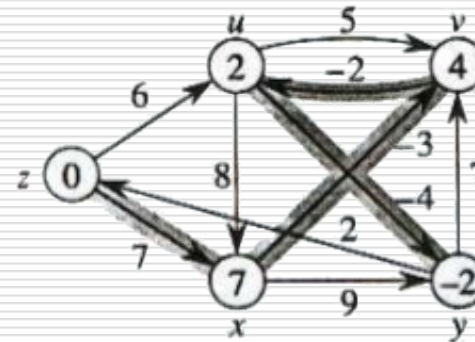
(b)



(c)



(d)



(e)

Algoritmo Floyd-Warshall

- El algoritmo encuentra el camino entre todos los pares de vértices en una única ejecución. El algoritmo de Floyd-Warshall es un ejemplo de programación dinámica.

Algoritmo Floyd-Warshall

- El algoritmo de Floyd-Warshall compara todos los posibles caminos a través del grafo entre cada par de vértices. El algoritmo es capaz de hacer esto con sólo V^3 comparaciones.

Algoritmo Floyd-Warshall

- Para que haya coherencia numérica, Floyd-Warshall supone que no hay ciclos negativos.

Conclusiones

- El algoritmo de Prim construye un MST una arista a la vez, encontrando una nueva arista que agregar a un MST que va creciendo en cada paso.

Conclusiones

- El algoritmo de Kruskal también construye el MST una arista a la vez, con la diferencia que este encuentra una arista que conecte dos MST que van creciendo dentro de un bosque de MST crecientes, formado de los nodos del grafo original.

Conclusiones

- El algoritmo de Kruskal también construye el MST una arista a la vez, con la diferencia que este encuentra una arista que conecte dos MST que van creciendo dentro de un bosque de MST crecientes, formado de los nodos del grafo original.

Conclusiones

- Dijkstra es un algoritmo para la determinación del camino más corto dado un vértice origen al resto de los vértices en un grafo con pesos en cada arista, siempre que los pesos sean positivos.

Conclusiones

- El algoritmo Bellman-Ford se utiliza con la misma finalidad que Dijkstra pero cuando hay aristas con peso negativos.

Conclusiones

- En el algoritmo Floyd-Warshall se debe tener en cuenta la cantidad de vértices para su utilización por su alta complejidad temporal.

Estudio Independiente

- Profundizar en los temas abordados con la lectura del capítulo Teoría de grafos del manual mencionado en la bibliografía del curso.

Estudio Independiente

- ❑ Solucionar de Juez Caribeño Online COJ los siguientes problemas.
- ❑ 3715 - Network Loops
- ❑ 3190 - Flowery Trails
- ❑ 2738 - Coco-Bits and the Spies Network

Estudio Independiente

- ❑ Solucionar de Juez Caribeño Online COJ los siguientes problemas.
- ❑ 2081 - Saving Money
- ❑ 3816 - WiFi Zones

Preparación Específica para Concursos ACM-ICPC.

Tema #3 : Teoría de grafos.

Conferencia #6: Camino mínimo y árbol recubridor mínimo en un grafo.