

Preparación Específica para Concursos ACM-ICPC.

Tema #6 : Fuerza Bruta y Combinatoria.

Conferencia #11: Combinatoria

Objetivos

- Familiarizar a los estudiantes con los principales conceptos de la combinatoria.

Objetivos

- Identificar problemas donde que se solucionen utilizando combinatoria.

Objetivos

- Algoritmos utilizados en la combinatoria.

Contenidos

- ❑ Combinatoria
- ❑ Variación sin y con repetición
- ❑ Permutación sin y con repetición

Contenidos

- ❑ Combinaciones
- ❑ Triángulo de Pascal.
- ❑ Máscara de bit

Bibliografía

- *Manual de preparación para concursantes ACM-ICPC de la Universidad de Matanzas.*

Combinatoria

- La combinatoria es la rama de las matemáticas que estudia los diversos modos de agrupar los elementos de un conjunto sometidos a unas u otras condiciones.

Combinatoria

MODOS DE AGRUPAR



Variación

- Se llama variación de los n objetos tomados p a p , a todo conjunto ordenado formado por p objetos escogidos de cualquier modo entre los n objetos considerando distintas dos variaciones cuando difieran en algún objeto o en el orden.

Variación

- El número de estas variaciones lo denotaremos por $V_{n,p}$
- $V_{n,p} = n * (n-1) * (n-2) * \dots * (n-p+1)$

Variación con repetición

- En cuanto a las variaciones de n objetos tomado p a p tratado anteriormente podemos ver que $p \leq n$. Si agrupamos k objetos de los n disponibles, siendo $k > n$, lógicamente habrá repeticiones.

Variación con repetición

□ $W_{n,p} = n^k$

Permutación

- Se llama permutación de los n objetos a todo conjunto ordenado formado por dichos n elementos. Dos permutaciones se distinguen una de otra solamente por el orden de colocación de sus elementos.

Permutación

- Denotaremos por P_n al número de permutaciones de n objetos.
- $P_n = V_{n,n}$
- $P_n = n!$

Permutación con repetición

- Se tienen k objetos diferentes.
¿Cuántas permutaciones se pueden hacer tomando n_1 elementos del primer tipo, n_2 del segundo, ..., n_k del k -ésimo?

Permutación con repetición

□ $P_n(n_1, n_2, \dots, n_k) = n! / n_1! * n_2! * \dots * n_k!$

Combinación

- Se llama combinación de n objetos tomados p a p , a todo conjunto de p objetos elegidos entre ellos de tal modo que dos conjuntos se diferencien al menos en un objeto.

Combinación

- Denotaremos por $C_{n,k}$ al número de combinaciones de n objetos tomados p a p .

Combinación

- Como cada combinación de orden p da lugar a P_p combinaciones distintas, entre los números $C_{n,p}$, P_p y $V_{p,n}$ existe la relación:

Combinación

$$C_{n,p} * P_p = V_{p,n}$$

de donde

$$C = V_{p,n} / P_p$$

sustituyendo P_p y $V_{p,n}$

$$C_{n,p} = n * (n-1) * (n-2) * \dots * (n-p+1) / p!$$

Combinación

- Con el objetivo de completar $n!$ en el numerador, multiplicamos el numerador y el denominador por $(n-p)!$

Combinación

□ $C_{n,p} = n * (n-1) * (n-2) * \dots * (n-p+1) * (n-p)! / p! * (n-p)!$

□ $C_{n,p} = n! / p! * (n-p)!$

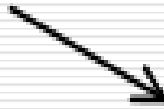

Combinación

- Las expresiones de la forma $C_{n,k}$ reciben el nombre de números combinatorios.

Triángulo de Pascal

- En matemática, el triángulo de Pascal es una representación de los coeficientes binomiales ordenados en forma triangular.

Triángulo de Pascal

	0	1	2	3	...	$k-1$	k
0	1						
1	1	1					
2	1	2	1				
3	1	3	3	1			
...		
...	
$n-1$						$C(n-1, k-1) +$	$C(n-1, k)$
n							 $C(n, k)$

Máscara de bit

- Se necesita determinar de cuantas formas se puede seleccionar K elementos ($K \leq N$) y que todos los elementos de ese subconjunto cumplan con alguna restricción o condición determinada.

Máscara de bit

- ❑ Operadores *and* (&) y desplazamiento hacia la izquierda (<<) a nivel de bit

Máscara de bit

- Estos operadores permiten actuar sobre los operando para modificar un solo bit, se aplican a variables del tipo *char* , *short* , *int* y *long* y no pueden ser usados con *float* ó *double*

Máscara de bit

- La técnica de la máscara de bit es muy útil cuando se desea generar todos los subconjuntos derivados de un conjunto inicial.

Máscara de bit

- ❑ Se debe tener en cuenta que dicha técnica es solo aplicable cuando el número de elementos del conjunto base no supera los 20.

Máscara de bit

```
vector<char> s('a','b','c');
int n= s.size();
int combinations=pow(2,n);
for (int i=0; i< combinations; i++){
    int number=i;
    vector<char> k;
    for (int e=0; e< n; e++){
        if( number & (1<< e) ){
            k.push_back(s.at[e]);
        }
    }
    /*Ya k tiene los elementos que conforma el subconjunto i-nesimo*/
}
```


Máscara de bit

- La complejidad del algoritmo es $O(2^n * n)$ donde n como ya se ha reiterado en otras ocasiones es la cantidad de elementos del conjunto inicial.

Estudio Independiente

- Profundizar en los temas abordados con la lectura del capítulo Combinatoria del manual mencionado en la bibliografía del curso.

Estudio Independiente

- ☐ Solucionar de Juez Caribeño Online COJ los siguientes problemas.
- ☐ 3492 - Dancing Doubles
- ☐ 2398 - Assuring the Stable
- ☐ 2543 - Time of Elections
- ☐ 1832 - Can I Win the Pascal Cup

Estudio Independiente

- ❑ Solucionar de Juez Caribeño Online COJ los siguientes problemas.
- ❑ 2968 - Toby and the River
- ❑ 2194 - The Trough Game
- ❑ 3675 - Juan at Gym

Preparación Específica para Concursos ACM-ICPC.

Tema #6 : Fuerza Bruta y Combinatoria.

Conferencia #11: Combinatoria