

Preparación Específica para Concursos ACM-ICPC.

Tema #7 : Teoría de números y Geometría.

Conferencia #13: Números primos.

Objetivos

- ❑ Caracterizar los números primos.
- ❑ Caracterizar el algoritmo de la criba de Eratóstenes.

Contenidos

- ❑ Números primos
- ❑ Algoritmo de la criba de Eratóstenes.

Bibliografía

- *Manual de preparación para concursantes ACM-ICPC de la Universidad de Matanzas.*

Números primos

- En matemáticas, particularmente en teoría de números o aritmética, un número primo es cualquier número natural mayor que 1 cuyo únicos divisores posibles son el mismo número primo y el factor natural 1.

Números primos

- A diferencia de los números primos, los números compuestos son naturales que pueden factorizarse.

Algoritmo de la criba de Eratóstenes

- La criba de Eratóstenes es un algoritmo que permite hallar todos los números primos menores que un número natural dado N .

Algoritmo de la criba de Eratóstenes

- ❑ Se forma una tabla con todos los números naturales comprendidos entre 2 y n , y se van tachando los números que no son primos ...

Algoritmo de la criba de Eratóstenes

- ...de la siguiente manera:
Comenzando por el 2, se tachan todos sus múltiplos; comenzando de nuevo, cuando se encuentra un ...

Algoritmo de la criba de Eratóstenes

- ... número entero que no ha sido tachado, ese número es declarado primo, y se procede a tachar todos sus múltiplos, así sucesivamente.

Algoritmo de la criba de Eratóstenes

- El proceso termina cuando el cuadrado del mayor número confirmado como primo es mayor que n .

Algoritmo de la criba de Eratóstenes

```
#define MAX_N 1000001
#include <vector>

vector<int> primes;
bool mark[MAX_N];

inline void sieve(int B)
{
    if (B > 1) primes.push_back(2);
    for (int i=3;i<=B;i+=2)
    {
        if (!mark[i])
        {
            mark[i]=true;
            primes.push_back(i);
            if (i<=sqrt(B)+1)
                for (int j=i*i;j<=B;j+=i)
                    mark[j]=true;
        }
    }
}
```

Algoritmo de la criba de Eratóstenes

- La complejidad del anterior algoritmo es $O(N \log N)$ lo que hace que sea un algoritmo bastante rápido

Algoritmo de la criba de Eratóstenes

- El problema del algoritmo radica en el costo de memoria ya que necesita un arreglo de $N+1$ elementos siendo N el máximo número hasta donde deseamos conocer todos los números primos.

Algoritmo de la criba de Eratóstenes

- Por lo que el algoritmo solo es aconsejable usarlo cuando N no es mayor de 10^6 , para un intervalo mayor se puede este algoritmo junto con otras técnicas como los test de Primalidad.

Algoritmo de la criba de Eratóstenes

- Otra variante de dicho algoritmo el cual posee similar complejidad pero devuelve un vector donde si $\text{primes}[i] \neq 0$ entonces i es un número primo es la siguiente:

Algoritmo de la criba de Eratóstenes

```
vector <int> sieve_of_eratosthenes (int n)
{
    vector <int> primes (n);
    for (int i = 2; i <n; ++i)
        primes [i] = i;
    for (int i = 2; i*i<n; ++ i)
        if (primes [i])
            for (int j = i*i; j <n; j+=i)
                primes [j] = 0;
    return primes;
}
```

Conclusiones

- ❑ El algoritmo y las implementaciones abordadas son muy eficiente para generar los números primos en cuanto tiempo de ejecución pero hay que tener cuidado con la memoria que consume y la memoria disponible del problema en que lo apliquemos.

Conclusiones

- El otro punto importante a destacar es como usar el algoritmo. En los problemas siempre se va trabajar con rangos hasta N para cada caso por lo que no debemos recalcular los primos ...

Conclusiones

- ... en cada caso sino lo calculamos antes de leer la cantidad casos y seguimos con nuestra solución y en cada caso usamos el vector donde están almacenados los primos.

Estudio Independiente

- Profundizar en los temas abordados con la lectura del capítulo Teoría de número del manual mencionado en la bibliografía del curso.

Estudio Independiente

- ❑ Solucionar de Juez Caribeño Online COJ los siguientes problemas.
- ❑ 2720 - Expressing Prime Numbers
- ❑ 3274 - How Many Primes Divide the Number
- ❑ 3367 - Triangle of Primes
- ❑ 3471 - Primes Digits
- ❑ 1198 - Prime Gap

Estudio Independiente

- ❑ Solucionar de Juez Caribeño Online COJ los siguientes problemas.
- ❑ 1274 - Prime Factorization
- ❑ 1279 - Fermat's Christmas Theorem
- ❑ 2019 - Primality
- ❑ 2261 - Good Arrays
- ❑ 2427 - How Many Primes?

Preparación Específica para Concursos ACM-ICPC.

Tema #7 : Teoría de números y Geometría.

Conferencia #13: Números primos.