

Hormigón Pretensado – Flexión

ACTUALIZACIÓN PARA EL CÓDIGO 2002

Los cambios introducidos en ACI 318-02 en relación con el diseño de elementos de hormigón pretensado son más profundos que los introducidos en ediciones anteriores. Los principales cambios son los siguientes:

- Los requisitos del anterior Apéndice B, relacionados con los Requisitos de Diseño Unificado, ahora se han incorporado al cuerpo del Código. Los cambios incluidos en los Capítulos 8, 9, 10 y 18 afectan el diseño de los elementos de hormigón pretensado. También se modificaron los límites de armadura, la redistribución de momentos y la determinación del factor de resistencia ϕ .
- Ahora se permite fisuración a nivel de cargas de servicio en los elementos solicitados a flexión de la nueva Clase C, para los cuales se aplican requisitos de comportamiento en servicio adicionales. Este nuevo requisito permite diseñar utilizando cualquier combinación de acero de pretensado y armadura no pretensada.
- Se revisaron las definiciones correspondientes a "cable" (o tendón) y "acero de pretensado" de manera que ahora reflejan la práctica de la industria. Estos términos ahora se utilizan de forma consistente en todo el Código.
- Se revisó el Capítulo 7, el cual ahora contiene requisitos separados (y diferentes) para el recubrimiento de hormigón para los elementos de hormigón pretensado colados en obra y para los elementos de hormigón pretensado fabricados en planta bajo condiciones controladas.

El presente capítulo describe los cambios introducidos en el Capítulo 18 del Código 2002.

CONSIDERACIONES GENERALES

En los elementos pretensados, al hormigón se le introducen tensiones de compresión con el objetivo de reducir las tensiones de tracción provocadas por las cargas aplicadas, incluyendo el peso propio del elemento. Para introducir las tensiones de compresión en el hormigón se utiliza acero de pretensado, es decir cordones, barras o alambres. El pretensado propiamente dicho es un método de pretensado en el cual los cables o tendones se traccionan antes de colocar el hormigón, y la fuerza de pretensado se transmite al hormigón principalmente por medio de la adherencia. El postesado es un método de pretensado en el cual los cables o tendones se traccionan una vez que el hormigón ha endurecido, y la fuerza de pretensado se transmite al hormigón principalmente por medio de los anclajes en los extremos de los cables.

La acción de pretensar un elemento introduce en el mismo "cargas de pretensado". El diseño de los elementos pretensados debe considerar la resistencia y el comportamiento en condiciones de servicio durante todas las etapas de carga que se producirán a

lo largo de la vida de la estructura, desde el momento de la aplicación del pretensado hasta el final de su vida útil. Las estructuras pretensadas se deben analizar considerando las cargas de pretensado, las cargas de servicio, la temperatura, la fluencia lenta, la contracción y las propiedades estructurales de todos los materiales involucrados.

El Código establece que todos los requisitos que no estén expresamente excluidos y que no contradigan los requisitos del Capítulo 18 también son aplicables a las estructuras de hormigón pretensado. Las exclusiones, listadas en los artículos 18.1.2 y 18.1.3, se deben a que algunos de los métodos empíricos o analíticos simplificados utilizados en otras partes del Código pueden no representar adecuadamente los efectos de los esfuerzos de pretensado.

Las flechas de los elementos pretensados calculadas de acuerdo con el artículo 9.5.4 no deben ser mayores que los valores listados en la Tabla 9.5(b). De acuerdo con el artículo 9.5.4, los elementos de hormigón pretensado, al igual que cualquier otro elemento de hormigón, se deben diseñar de manera que su rigidez sea adecuada para impedir las deformaciones que pudieran afectar de forma adversa la resistencia o el comportamiento en servicio de la estructura.

MATERIALES DE PRETENSADO

El material más utilizado como material de pretensado en los Estados Unidos es el cordón de siete alambres de acero de baja relajación Grado 270 definido por ASTM A 416. El tamaño más habitual es el de 1/2 in., aunque el uso de los cordones de 0,6 in. se está popularizando, particularmente para aplicaciones postesadas. Estos cordones tienen las siguientes propiedades:

Diámetro nominal, in.	1/2	0,6
Área, in. ²	0,153	0,217
Resistencia a la tracción f_{pu} , ksi	270	270
Resistencia a la rotura, kips	41,3	58,6
Tensión de tesado, ksi = $0,75f_{pu}$	202,5	202,5

En los países en los cuales se utiliza el sistema métrico se utilizan cordones virtualmente idénticos, sólo que estos se especifican en unidades métricas.

El *Manual de Diseño PCI* del Prestressed Concrete Institute, 5ª Edición (Referencia 24.1) contiene una curva tensión-deformación para este material, la cual se ilustra en la Figura 24-1.

SIMBOLOGÍA

En el artículo 18.0 de ACI 318-02 se agregaron los siguientes símbolos. Esta simbología se utiliza en el artículo 18.4.4, el cual trata los requisitos de comportamiento en condiciones de servicio correspondientes a los elementos de hormigón pretensado fisurados solicitados a flexión.

Δf_{ps} = tensión en el acero de pretensado bajo cargas de servicio, menos la tensión de descompresión, ksi

f_{dc} = tensión de descompresión. Tensión en el acero de pretensado cuando la tensión en el hormigón al mismo nivel que el baricentro de los cables es nula, psi

s = separación entre los centros de la armadura traccionada por flexión cerca del borde extremo traccionado, in. Cuando cerca del borde extremo traccionado sólo hay una barra o cable, s es el ancho del borde extremo traccionado.

En el Capítulo 2 del Código se introdujeron las siguientes definiciones nuevas o modificadas. Estas se utilizan de forma consistente tanto en el Capítulo 18 como en el resto del Código, lo cual ha provocado numerosas modificaciones de tipo editorial.

Acero de pretensado – Elementos de acero de alta resistencia, tal como alambres, barras o cordones, o un paquete de estos elementos, utilizados para introducir fuerzas de pretensado en el hormigón.

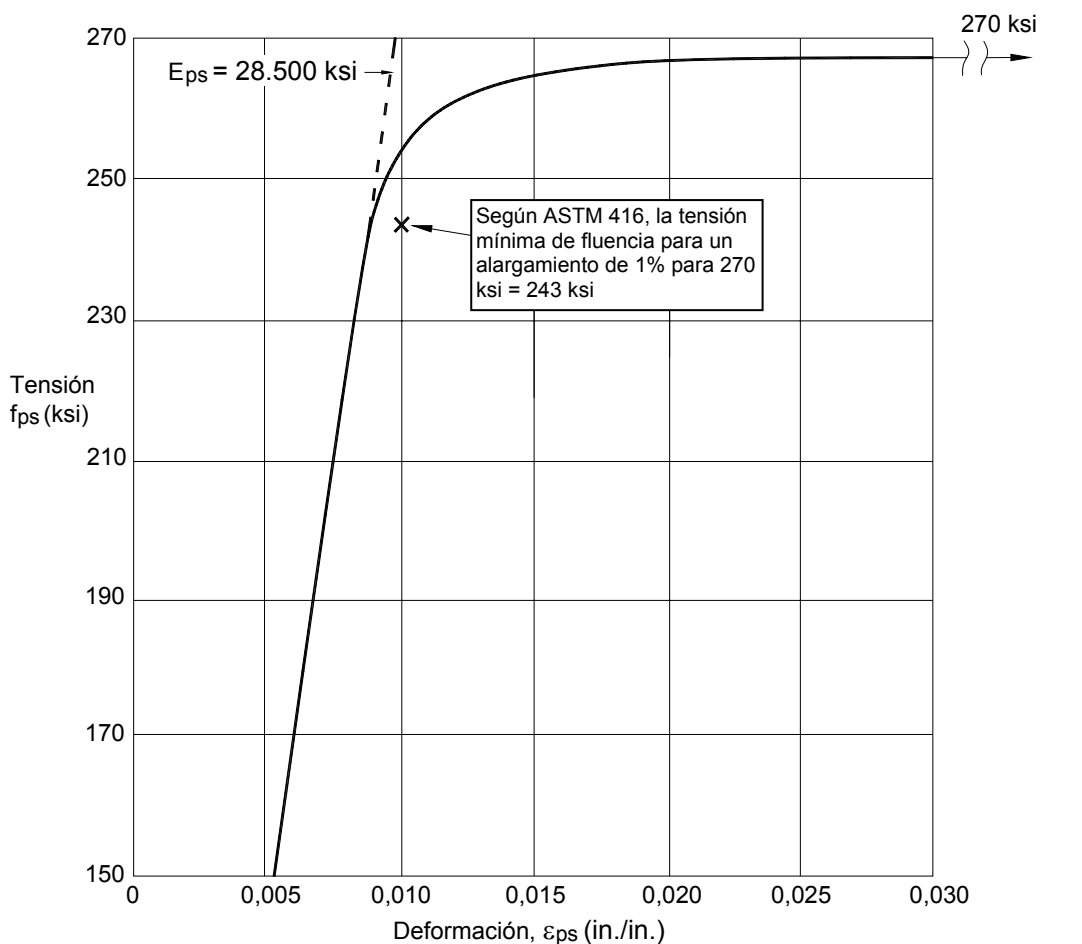
Cable (o tendón) – En las aplicaciones pretensadas es el acero de pretensado. En las aplicaciones postesadas es un conjunto completo, compuesto por los anclajes, el acero de pretensado, el recubrimiento del acero de pretensado (en el caso de las aplicaciones sin adherencia) y las vainas inyectadas (en el caso de las aplicaciones adherentes).

Cable (o tendón) adherente – Cable en el cual el acero de pretensado se adhiere al hormigón, ya sea de forma directa o a través de la mezcla de inyección.

Cable (o tendón) no adherente – Cable en el cual el acero de pretensado está impedido de adherirse al hormigón y se puede mover libremente en relación con el mismo. La fuerza de pretensado se transfiere de forma permanente al hormigón en los extremos de los cables, exclusivamente por los anclajes.

Vaina – Conducto (liso o corrugado) que contiene el acero de pretensado en las aplicaciones postesadas. Los requisitos que deben satisfacer las vainas para postesado se especifican en el artículo 18.17.

Recubrimiento del acero de pretensado – Material que recubre al acero de pretensado para impedir su adherencia con el hormigón circundante, proveer protección contra la corrosión y contener el recubrimiento inhibidor de la corrosión.



Esta curva se puede aproximar mediante las siguientes expresiones:

$$\epsilon_{ps} \leq 0,0086 : f_{ps} = 28.500 \epsilon_{ps} \text{ (ksi)}$$

$$\epsilon_{ps} > 0,0086 : f_{ps} = 270 - \frac{0,04}{\epsilon_{ps} - 0,007} \text{ (ksi)}$$

Figura 24-1 – Curva tensión-deformación para un cordón de baja relajación Grado 270 ^(24.1)

18.2 REQUISITOS GENERALES

El Código especifica requisitos de resistencia y comportamiento en servicio para todos los elementos de hormigón, pretensados o no pretensados. Esta sección establece que, para los elementos pretensados, se deben verificar tanto la resistencia como el comportamiento bajo condiciones de servicio. Se deben considerar todas las etapas de carga que puedan ser críticas durante la vida de la estructura, comenzando por la etapa de transferencia de la fuerza de pretensado e incluyendo la manipulación y el transporte de los elementos.

Esta sección también especifica varias cuestiones estructurales propias de las estructuras de hormigón pretensado que se deben considerar en el diseño.

18.2.3... Concentraciones de tensiones. Ver los requisitos para las zonas de anclaje de los cables postesados del artículo 18.13.

18.2.4... Compatibilidad de las deformaciones con las estructuras adyacentes. Un ejemplo del efecto del pretensado sobre las partes adyacentes de una estructura es la necesidad de incluir los momentos provocados por el acortamiento axial de los entrepisos pretensados en el diseño de las columnas que soportan los entrepisos.

18.2.5... Pandeo de los elementos pretensados. Este artículo se refiere a la posibilidad de pandeo de cualquier parte de un elemento donde los cables de pretensado no están en contacto con el hormigón. Esto puede ocurrir si el acero de pretensado se encuentra en una vaina sobredimensionada, y en el caso del pretensado externo descrito en 18.22.

18.2.6... Propiedades de las secciones. El Código requiere que, para determinar las propiedades de una sección antes de la adherencia de los cables de pretensado, se debe considerar la disminución del área de la sección transversal debida a la presencia de las vainas de postesado abiertas. En el caso de los elementos pretensados y los elementos postesados luego de la inyección de mortero, el comentario permite utilizar las propiedades de la sección bruta, o las propiedades de una sección efectiva que puede incluir el área transformada de los cables adherentes y la armadura no pretensada.

18.3 HIPÓTESIS DE DISEÑO

Para aplicar los principios estructurales fundamentales (equilibrio, relaciones tensión-deformación y compatibilidad geométrica) es posible introducir ciertas hipótesis simplificadoras. Para el cálculo de la resistencia (18.3.1) son válidas las hipótesis básicas indicadas en la sección 10.2 para elementos no pretensados, excepto que el artículo 10.2.4 sólo se debe aplicar a la armadura no pretensada. Para investigar las condiciones bajo cargas de servicio se puede utilizar la "teoría de la elasticidad" (variación lineal de la tensión en función de la deformación). Cuando el hormigón se fisura deja de resistir tracción. En la sección 8.5 se indican los módulos de elasticidad del hormigón y de la armadura no pretensada para los análisis bajo cargas de servicio. El módulo de elasticidad correspondiente a la armadura pretensada no se indica específicamente, pero en general se puede tomar como se describe en la Figura 24-1.

Hay un nuevo artículo 18.3.3 donde se definen tres clases de elementos pretensados solicitados a flexión. Estas clases son las siguientes:

No fisurado	Clase U:	$f_t \leq 7,5\sqrt{f'_c}$
Transición	Clase T:	$7,5\sqrt{f'_c} < f_t \leq 12\sqrt{f'_c}$
Fisurado	Clase C:	$f_t > 12\sqrt{f'_c}$

La Tabla 24-1 resume todos los requisitos aplicables para las tres clases de elementos pretensados solicitados a flexión y, a título de comparación, también los correspondientes a elementos no pretensados solicitados a flexión.

Los elementos Clase U y Clase T corresponden a aquellos que, según ACI 318-99 y las ediciones anteriores del Código, se diseñaban de acuerdo con los artículos 18.4.2(c) y 18.4.2(d), respectivamente. En ACI 318-99 el artículo 18.4.2(d) exigía verificar las flechas mediante un análisis de sección fisurada cuando las tensiones de tracción eran mayores que $6\sqrt{f'_c}$, pero la

sección no se suponía fisurada a menos que la tensión fuera mayor que $7,5\sqrt{f'_c}$. Esta inconsistencia se eliminó fijando la tensión de tracción límite que separa la Clase U de la Clase T igual a $7,5\sqrt{f'_c}$.

La nueva Clase C permite diseñar utilizando cualquier combinación de acero de pretensado y armadura. Esta clase "llena el vacío" entre el hormigón pretensado y el hormigón no pretensado. Para los elementos pretensados Clase C el artículo 18.3.4 requiere determinar las tensiones mediante un análisis de sección fisurada, mientras que para los elementos Clase T se requiere un análisis de sección fisurada aproximado sólo para las deformaciones por flexión. Desafortunadamente, los análisis de tensiones en base a secciones fisuradas para combinación de flexión y carga axial (del pretensado) son complejos. La Referencia 24.2 presenta un método para determinar las tensiones en una sección fisurada.

El artículo 18.3.3 establece que los sistemas de losas pretensadas que trabajan en dos direcciones se deben diseñar como elementos Clase U. El Código ACI 318-99 contenía un requisito similar.

Tabla 24-1 – Requisitos de diseño para comportamiento en servicio

	Elementos pretensados			Elementos no pretensados
	Clase U	Clase T	Clase C	
Comportamiento supuesto	No fisurado	Transición entre no fisurado y fisurado	Fisurado	Fisurado
Propiedades de la sección para determinar las tensiones bajo cargas de servicio	Sección bruta 18.3.4	Sección bruta 18.3.4	Sección fisurada 18.3.4	Ningún requisito
Tensión admisible en la transferencia	18.4.1	18.4.1	18.4.1	Ningún requisito
Tensión de compresión admisible en función de las propiedades de la sección no fisurada	18.4.2	18.4.2	Ningún requisito	Ningún requisito
Tensión de tracción bajo las cargas de servicio (18.3.3)	$\leq 7,5\sqrt{f'_c}$	$7,5\sqrt{f'_c} < f_t \leq 12\sqrt{f'_c}$	Ningún requisito	Ningún requisito
Bases para la determinación de las flechas	9.5.4.1 Sección bruta	9.5.4.2 Sección fisurada, bilineal	9.5.4.2 Sección fisurada, bilineal	9.5.2, 9.5.3 Momento de inercia efectivo
Control de la fisuración	Ningún requisito	Ningún requisito	10.6.4 Modificado por el art. 18.4.4.1	10.6.4
Determinación de Δf_{ps} o f_s para control de la fisuración	---	---	Análisis de sección fisurada	$M/(A_s \times \text{brazo de palanca})$, ó $0,6f_y$
Armadura de las caras laterales	Ningún requisito	Ningún requisito	10.6.7	10.6.7

18.4 REQUISITOS DE COMPORTAMIENTO EN SERVICIO - ELEMENTOS SOLICITADOS A FLEXIÓN

Tanto las tensiones en el hormigón como las tensiones en los cables de pretensado se limitan para asegurar un comportamiento satisfactorio inmediatamente después de la transferencia del pretensado y bajo cargas de servicio. El Código contiene diferentes tensiones admisibles para las condiciones inmediatamente posteriores a la transferencia del pretensado (antes de las pérdidas

que dependen del tiempo) y para las condiciones bajo cargas de servicio (una vez que han ocurrido todas las pérdidas que dependen del tiempo).

Para las condiciones inmediatamente después de la transferencia del pretensado, el Código permite: tensión en la fibra comprimida extrema = $0,60f'_{ci}$; tensión en la fibra traccionada extrema = $3\sqrt{f'_{ci}}$, excepto que en los extremos de los elementos simplemente apoyados se permite $6\sqrt{f'_{ci}}$. Si la tensión de tracción supera los valores admisibles se deberá proveer armadura adherente no pretensada para resistir la totalidad del esfuerzo de tracción calculado suponiendo una sección no fisurada.

La tensión de compresión admisible debida al pretensado más las cargas totales de servicio está limitada a $0,60f'_c$. Se ha agregado una tensión admisible igual a $0,45f'_c$ para la condición correspondiente al pretensado más las cargas sostenidas de larga duración. Se debe observar que las "cargas de larga duración" o "cargas sostenidas" mencionadas en el artículo 18.4.2(a) incluyen cualquier parte de la sobrecarga que se mantendrá durante un período de tiempo suficiente como para provocar deformaciones dependientes del tiempo significativas.

Las limitaciones para la tensión de tracción en el hormigón correspondientes a elementos pretensados clase U y Clase T bajo cargas de servicio se aplican a la zona traccionada "precomprimida", o sea a la porción de la sección transversal del elemento en la cual bajo cargas permanentes y sobrecargas se produce tracción por flexión.

Para los elementos pretensados Clase C el control de la fisuración se logra por medio de un requisito sobre separación de la armadura que se basa en el artículo 10.6.4 y en la Ecuación (10-4) para hormigón no pretensado. El artículo 18.4.4 modifica la Ecuación (10-4). La máxima separación entre los cables se reduce a 2/3 del valor permitido para las barras, con el objetivo de tomar en cuenta la menor adherencia en relación con las barras conformadas. El valor Δf_{ps} , es decir la tensión en el acero de pretensado bajo las cargas de servicio menos la tensión de descompresión f_{dc} , es la tensión en el acero de pretensado cuando la tensión en el hormigón a la misma altura del baricentro de los cables es nula. De forma conservadora, el Código permite tomar f_{dc} como la tensión de pretensado efectiva f_{se} . A continuación se indica la Ecuación (10-4), y su modificación de acuerdo con el artículo 18.4.4.

Ecuación (10-4) del artículo 10.6.4:

$$s = \frac{540}{f_s} - 2,5c_c$$

Ecuación modificada de acuerdo con el artículo 18.4.4:

$$s = \frac{2}{3} \left[\frac{540}{\Delta f_{ps}} - 2,5c_c \right]$$

El valor de Δf_{ps} no debe ser mayor que 36 ksi. Si Δf_{ps} no es mayor que 20 ksi no es necesario aplicar los límites de separación indicados.

Cuando para satisfacer los requisitos de separación se utiliza tanto armadura no pretensada como cables adherentes, la separación entre una barra y un cable no debe ser mayor que 5/6 del valor dado por la Ecuación (10-4).

Si la altura efectiva de una viga Clase C es mayor que 36 in., se debe disponer armadura longitudinal en las caras laterales consistente en armadura no pretensada o cables adherentes según lo requerido por el artículo 10.6.7.

18.5 TENSIONES ADMISIBLES EN EL ACERO DE PRETENSADO

Las tensiones de tracción admisibles en todos los tipos de acero de pretensado, en función de la resistencia a la tracción mínima especificada f_{pu} , se resumen de la siguiente manera:

- a. Debido a la fuerza del gato de tesado en el cable $0,94f_{py}$ pero no mayor que $0,80f_{pu}$
 - alambre y cordones de baja relajación ($f_{py} = 0,90f_{pu}$) $0,80f_{pu}$
 - alambre y cordones aliviados de tensiones y barras lisas (ASTM A722) ($f_{py} = 0,85f_{pu}$) $0,80f_{pu}$
 - barras conformadas (ASTM A722) ($f_{py} = 0,80f_{pu}$) $0,75f_{pu}$
- b. Inmediatamente después de la transferencia del pretensado $0,82f_{py}$ pero no mayor que $0,74f_{pu}$
 - alambre y cordones de baja relajación ($f_{py} = 0,90f_{pu}$) $0,74f_{pu}$
 - alambre y cordones aliviados de tensiones y barras lisas ($f_{py} = 0,85f_{pu}$) $0,70f_{pu}$
 - barras conformadas ($f_{py} = 0,80f_{pu}$) $0,66f_{pu}$
- c. Cables de postesado, en los dispositivos de anclaje y acoplamiento,
inmediatamente después del anclaje de los tendones $0,70f_{pu}$

Observar que las tensiones admisibles indicadas en 18.5.1(a) y (b) se aplican tanto a los cables de pretensado como a los cables de postesado. Con frecuencia los cables de pretensado se tesan al 75 por ciento de f_{pu} . Esto dará por resultado una tensión menor que $0,74f_{pu}$ luego de la transferencia.

18.6 PÉRDIDAS DE PRETENSADO

Un aspecto muy significativo que se debe considerar en el diseño de los elementos pretensados son las pérdidas de pretensado que se producen por diferentes causas. Estas pérdidas pueden afectar drásticamente el comportamiento de un elemento bajo cargas de servicio. Aunque es posible recomendar procedimientos de cálculo y ciertos valores límites para la deformación por fluencia lenta, los coeficientes de fricción, etc., en el mejor de los casos éstos constituyen una estimación razonable. Para diseñar elementos cuyo comportamiento (particularmente las flechas) es sensible a las pérdidas de pretensado, el ingeniero debería establecer mediante ensayos las propiedades dependientes del tiempo de los materiales a utilizar en el análisis y/o diseño de la estructura. Luego se deberían realizar análisis refinados para estimar las pérdidas de pretensado. El artículo 18.6.2 contiene requisitos específicos para determinar las pérdidas por fricción en los cables de postesado. En la Referencia 24.1 se discuten otros tipos de pérdidas de pretensado. Observar que el artículo 1.2.1(g) exige que el diseñador indique en los planos de diseño la magnitud y la ubicación de las fuerzas de pretensado.

ESTIMACIÓN DE LAS PÉRDIDAS DE PRETENSADO

Los valores correspondientes a sumas globales de las pérdidas, ampliamente utilizados para estimar las pérdidas de pretensado antes de la edición '83 del Código (35.000 psi para pretensado y 25.000 psi para postesado) en la actualidad se consideran obsoletos. Además, los valores correspondientes a sumas globales pueden no ser adecuados para todas las condiciones de diseño.

La Referencia 24-3 contiene lineamientos para calcular las pérdidas de pretensado, los cuales se pueden adaptar a programas de computación. Este documento presenta un método para calcular las pérdidas paso a paso, que sirve para analizar las deformaciones de forma racional. Sin embargo, este método es demasiado tedioso para el cálculo manual.

La Referencia 24-4 presenta un procedimiento razonablemente preciso y sencillo para estimar las pérdidas de pretensado debidas a diferentes causas, tanto para elementos pretensados como para elementos postesados, con cables adherentes y no adherentes. A continuación resumimos este procedimiento, el cual fue desarrollado para aplicaciones prácticas bajo condiciones de diseño normales. Estas ecuaciones sencillas le permiten al ingeniero estimar las pérdidas de pretensado debidas a cada causa, en vez de proporcionarle una suma global. En la Referencia 24-4 el lector encontrará una discusión detallada del procedimiento,

incluyendo ejemplos de aplicación para vigas de hormigón pretensado típicas. Los términos usados en el cálculo de las pérdidas se definen bajo el título "Simbología" incluido a continuación de esta sección.

CÁLCULO DE LAS PÉRDIDAS

Acortamiento elástico del hormigón (ES)

Para elementos con cables adherentes:

$$ES = K_{es} E_s \frac{f_{cir}}{E_{ci}} \quad (1)$$

donde: $K_{es} = 1,0$ para elementos pretensados

$K_{es} = 0,5$ para elementos postesados en los cuales los cables se tesan en orden secuencial hasta una misma tensión.

Para otros procedimientos de postesado el valor de K_{es} puede variar entre 0 y 0,5.

$$f_{cir} = k_{cir} f_{cpi} - f_g \quad (2)$$

donde: $K_{cir} = 1,0$ para elementos postesados

$K_{cir} = 0,9$ para elementos pretensados.

Para elementos con cables no adherentes:

$$ES = K_{es} E_s \frac{f_{cpa}}{E_{ci}} \quad (1a)$$

Fluencia lenta del hormigón (CR)

Para elementos con tendones adherentes:

$$CR = K_{cr} \frac{E_s}{E_c} (f_{cir} - f_{cds}) \quad (3)$$

donde: $K_{cr} = 2,0$ para elementos pretensados

$K_{cr} = 1,6$ para elementos postesados

Para los elementos contruidos de hormigón de agregados livianos y arena los anteriores valores de K_{cr} se deben reducir en 20 por ciento.

Para elementos con tendones no adherentes:

$$CR = K_{cr} \frac{E_s}{E_c} f_{cpa} \quad (3a)$$

Contracción del hormigón (SH)

$$SH = 8,2 \times 10^{-6} K_{sh} E_s \left(1 - 0,06 \frac{V}{S} \right) (100 - RH) \quad (4)$$

donde: $K_{sh} = 1,0$ para elementos pretensados

K_{sh} se toma de la Tabla 24-2 para elementos postesados.

Tabla 24-2 – Valores de K_{sh} para elementos postesados

Tiempo, días*	1	3	5	7	10	20	30	60
K_{sh}	0,92	0,85	0,80	0,77	0,73	0,64	0,58	0,45

*Tiempo entre el final del curado húmedo y la aplicación del pretensado.

Relajación de los cables (RE)

$$RE = [K_{re} - J(SH + CR + ES)]C \quad (5)$$

donde los valores de K_{re} , J y C se toman de las Tablas 24-3 y 24-4.

Tabla 24-3 – Valores de K_{re} y J

Tipo de cable	K_{re} (psi)	J
Cordón o alambre aliviado de tensiones Grado 270	20.000	0,15
Cordón o alambre aliviado de tensiones Grado 250	18.500	0,14
Alambre aliviado de tensiones Grado 240 ó 235	17.600	0,13
Cordón de baja relajación Grado 270	5000	0,040
Alambre de baja relajación Grado 250	4630	0,037
Alambre de baja relajación Grado 240 ó 235	4400	0,035
Barra aliviada de tensiones Grado 145 ó 160	6000	0,05

Tabla 24-4 – Valores de C

f_{pi}/f_{pu}	Cordón o alambre aliviado de tensiones	Barra aliviada de tensiones, o cordón o cable de baja relajación
0,80		1,28
0,79		1,22
0,78		1,16
0,77		1,11
0,76		1,05
0,75	1,45	1,00
0,74	1,36	0,95
0,73	1,27	0,90
0,72	1,18	0,85
0,71	1,09	0,80
0,70	1,00	0,75

f_{pi}/f_{pu}	Cordón o alambre aliviado de tensiones	Barra aliviada de tensiones, o cordón o cable de baja relajación
0,69	0,94	0,70
0,68	0,89	0,66
0,67	0,83	0,61
0,66	0,78	0,57
0,65	0,73	0,53
0,64	0,68	0,49
0,63	0,63	0,45
0,62	0,58	0,41
0,61	0,53	0,37
0,60	0,49	0,33

Fricción

El cálculo de las pérdidas por fricción se indica en el artículo 18.6.2. Una vez que el tendón se tesa, las pérdidas por fricción calculadas se pueden verificar con una precisión razonable comparando el alargamiento del cable medido y la fuerza de pretensado aplicada por el gato de tesado.

SIMBOLOGÍA

- A_c = área de la sección bruta de hormigón en la sección transversal considerada
- A_{ps} = área total del acero de pretensado
- C = factor utilizado en la Ecuación (5); ver Tabla 24-3
- CR = pérdida de tensión debida a la fluencia lenta del hormigón
- e = excentricidad del baricentro del acero de pretensado con respecto al baricentro del hormigón en la sección transversal considerada
- E_c = módulo de elasticidad del hormigón a los 28 días
- E_{ci} = módulo de elasticidad del hormigón en el momento de aplicar el pretensado
- E_s = módulo de elasticidad del acero de pretensado; generalmente igual a 28.000.000 psi
- ES = pérdida de tensión debida al acortamiento elástico del hormigón
- f_{cds} = pérdida en el hormigón, en coincidencia con el baricentro del acero de pretensado, debida a todas las cargas permanentes sobrepuestas que se aplican al elemento una vez que ha sido pretensado
- f_{cir} = tensión de compresión neta en el hormigón, en coincidencia con el baricentro del acero de pretensado, inmediatamente después de aplicar el pretensado al hormigón; ver Ecuación (2)
- f_{cpa} = tensión de compresión media en el hormigón, a lo largo de la longitud del elemento en coincidencia con el baricentro del acero de pretensado, inmediatamente después de aplicar el pretensado al hormigón
- f_{cpi} = tensión en el hormigón, en coincidencia con el baricentro del acero de pretensado, debida a P_{pi}
- f_g = tensión en el hormigón, en coincidencia con el baricentro del acero de pretensado, debida al peso de la estructura en el momento en que se aplica el pretensado
- f_{pi} = tensión en el acero de pretensado debida a P_{pi} , $= P_{pi} / A_{ps}$
- f_{pu} = resistencia a la tracción especificada del acero de pretensado, psi
- I_c = momento de inercia de la sección bruta de hormigón en la sección transversal considerada
- J = factor usado en la Ecuación (5); ver Tabla 24-2

- K_{cir} = factor usado en la Ecuación (2)
 K_{cr} = factor usado en la Ecuación (3)
 K_{es} = factor usado en las Ecuaciones (1) y (1a)
 K_{re} = factor usado en la Ecuación (5); ver Tabla 24-2
 M_d = momento flector debido al peso propio del elemento que está siendo pretensado y a cualquier otra carga permanente que ya está actuando en el momento de aplicar el pretensado
 M_{ds} = momento flector debido a todas las cargas permanentes sobrepuestas que se aplican al elemento una vez que ha sido pretensado
 P_{pi} = fuerza de pretensado en los cables en la ubicación crítica del tramo luego de efectuar las reducciones debidas a las pérdidas por fricción y en los dispositivos de anclaje, pero antes de efectuar las reducciones debidas a ES, CR, SH y RE
RE = pérdida de tensión debida a la relajación del acero de pretensado
RH = humedad relativa ambiente media alrededor del elemento de hormigón (ver Figura 24-1)
SH = pérdida de tensión debida a la contracción del hormigón
V/S = relación volumen-superficie; generalmente se toma como el área bruta de la sección transversal del elemento de hormigón dividida por su perímetro.

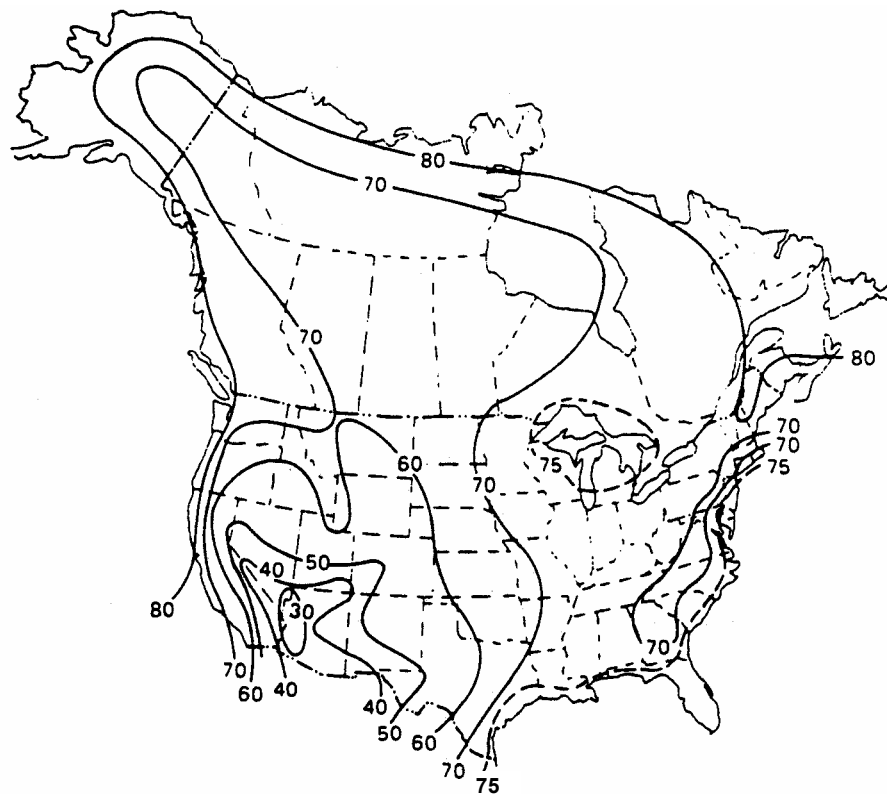


Figura 24-2 – Humedad relativa ambiente media anual

18.7 RESISTENCIA A FLEXIÓN

La resistencia a flexión de los elementos pretensados se puede calcular usando las mismas hipótesis usadas para los elementos no pretensados. Sin embargo, el acero de pretensado no tiene un límite de fluencia bien definido como el acero dulce. A medida que una sección transversal pretensada llega a su resistencia a flexión (definida por una máxima deformación específica de

compresión en el hormigón igual a 0,003), la tensión en la armadura pretensada a la resistencia nominal, f_{ps} , variará dependiendo de la magnitud del pretensado. El valor de f_{ps} se puede obtener a partir de las condiciones de equilibrio, relaciones tensión-deformación y compatibilidad de las deformaciones (el Ejemplo 24-4 ilustra este procedimiento). Sin embargo, este análisis es bastante laborioso, especialmente en el caso de los cables no adherentes. En el caso de pretensado con cables adherentes se puede considerar la compatibilidad de las deformaciones en una sección individual, mientras que en el caso de los cables no adherentes las relaciones de compatibilidad sólo se pueden plantear en los puntos de anclaje y dependerán del perfil del cable y de las cargas que solicitan al elemento. Para evitar estos cálculos largos y laboriosos, el Código permite obtener f_{ps} mediante las ecuaciones aproximadas (18-3), (18-4) y (18-5).

En el caso de los elementos con acero de pretensado adherente, se puede usar un valor aproximado de f_{ps} dado por la Ecuación (18-3) para los elementos solicitados a flexión armados con una combinación de armadura pretensada y no pretensada (elementos parcialmente pretensados), tomando en cuenta los efectos de cualquier armadura de tracción no pretensada (ω), cualquier armadura de compresión (ω'), la resistencia a la compresión del hormigón f'_c , el factor de bloque rectangular de tensiones β_1 , y un factor adecuado según el tipo de material de pretensado utilizado (γ_p). Para los elementos totalmente pretensados (sin armadura de tracción ni de compresión no pretensada), la ecuación (18-3) se reduce a:

$$f_{ps} = f_{pu} \left(1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} \right)$$

donde:

$$\begin{aligned} \gamma_p &= 0,55 \text{ para barras conformadas } (f_{py} / f_{pu} \geq 0,80) \\ &= 0,40 \text{ para alambre y cordones aliviados de tensiones, y barras lisas } (f_{py} / f_{pu} \geq 0,85) \\ &= 0,28 \text{ para alambre y cordones de baja relajación } (f_{py} / f_{pu} \geq 0,90) \end{aligned}$$

y β_1 , según se define en el artículo 10.2.7.3:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= 0,85 \text{ para } f'_c \leq 4000 \text{ psi} \\ &= 0,80 \text{ para } f'_c = 5000 \text{ psi} \\ &= 0,75 \text{ para } f'_c = 6000 \text{ psi} \\ &= 0,70 \text{ para } f'_c = 7000 \text{ psi} \\ &= 0,65 \text{ para } f'_c \geq 8000 \text{ psi} \end{aligned}$$

La Ecuación (18-3) se puede escribir de forma adimensional de la siguiente manera:

$$\omega_p = \omega_{pu} \left(1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \omega_{pu} \right) \quad (6)$$

donde

$$\omega_p = \frac{A_{ps} f_{ps}}{b d_p f'_c} \quad (7)$$

$$\omega_{pu} = \frac{A_{ps} f_{pu}}{b d_p f'_c} \quad (8)$$

La resistencia al momento de un elemento pretensado con cables adherentes se puede calcular usando la Ecuación (18-3) solamente cuando toda la armadura pretensada está ubicada dentro de la zona traccionada. Cuando parte de la armadura pretensada está ubicada en la zona comprimida de una sección transversal, la Ecuación (18-3), la cual involucra a d_p , no es válida. Para este caso la resistencia a la flexión se debe calcular mediante un análisis general basado en las condiciones de

equilibrio y compatibilidad de las deformaciones, usando la relación tensión-deformación del acero de pretensado y las hipótesis indicadas en 10.2.

Para los elementos con acero de pretensado no adherente se puede usar un valor aproximado de f_{ps} dado por las Ecuaciones (18-4) y (18-5). La Ecuación (18-5) también se aplica a elementos en los cuales la relación luz-altura es elevada (> 35), tales como las losas en una dirección, las placas planas y las losas planas postesadas.

Una vez que se conoce el valor de f_{ps} , la resistencia nominal al momento de una sección rectangular, o de una sección con alas en la cual el bloque de tensiones está dentro del ala comprimida, se puede calcular de la siguiente manera:

$$M_n = A_{ps} f_{ps} \left(d_p - \frac{a}{2} \right) = A_{ps} f_{ps} \left(d_p - 0,59 \frac{A_{ps} f_{ps}}{b f'_c} \right) \quad (9)$$

$$\text{donde: } a = \text{altura del bloque rectangular de tensiones equivalente} = \frac{A_{ps} f_{ps}}{0,85 b f'_c} \quad (10)$$

o en términos adimensionales:

$$R_n = \omega_p (1 - 0,59 \omega_p) \quad (11)$$

$$\text{donde: } R_n = \frac{M_n}{b (d_p)^2 f'_c} \quad (12)$$

18.8 LÍMITES PARA LA ARMADURA DE LOS ELEMENTOS SOLICITADOS A FLEXIÓN

El límite anterior ($0,36\beta_1$) usado en el Código 1999 y ediciones anteriores fue reemplazado por una clasificación de las secciones en base a la deformación específica neta. Esta clasificación divide a las secciones en secciones controladas por tracción, de transición, o controladas por compresión, las cuales se definen en los artículos 10.3.3 y 10.3.4. El artículo 9.3.2 especifica los factores ϕ apropiados. Estos requisitos son iguales que los que se aplican al hormigón no pretensado.

La Figura 24-3 ilustra la relación entre el coeficiente de resistencia $\phi M_n / (b d^2)$ y la cuantía de armadura ρ_p para los elementos pretensados solicitados a flexión. El acero de pretensado Grado 270 ksi tiene una resistencia útil igual a 4,5 veces la de la armadura Grado 60. Comparar las Figuras 24-3 y 7-3. Con los elementos pretensados generalmente se utilizan hormigones de mayor resistencia; por este motivo la Figura 24-3 muestra curvas para valores de f'_c comprendidos entre 5000 psi y 8000 psi, mientras que la Figura 7-3 muestra curvas para f'_c entre 3000 y 6000 psi. En estas dos figuras las curvas correspondientes a f'_c igual a 5000 psi y 6000 psi son casi idénticas.

En ambas figuras las curvas tienen un punto de quiebre correspondiente a una deformación específica neta de tracción igual a 0,005. Más allá de este punto la reducción de ϕ en la región de transición prácticamente anula el beneficio del aumento del índice de armadura. Tanto para el hormigón no pretensado como para el hormigón pretensado, la mejor manera de diseñar es permaneciendo dentro de la región controlada por tracción y usando armadura de compresión, si fuera necesario, para mantener la deformación específica neta de tracción, ϵ_t , igual a 0,005 o más.

Al igual que en los Códigos ACI 318 anteriores, no se especifica un límite absoluto para el índice de armadura de los elementos pretensados. Pero siempre será ventajoso diseñar la región controlada por tracción en las secciones críticas, ya que las ventajas que representa ganar mayor resistencia de diseño en la región de transición son escasas o nulas.

Se pueden tabular los parámetros críticos en el límite correspondiente a secciones controladas por tracción. La tensión de pretensado efectiva, f_{se} , normalmente será como mínimo $0,6f_{pu}$, ó 162 ksi, si se utiliza una fuerza de tesado igual a $0,75f_{pu}$. Esto corresponde a una pérdida del 20 por ciento. La deformación total del acero cuando $\epsilon_t = 0,005$ es igual a $162/28.500 + 0,005 = 0,01068$. Usando esta ecuación para la tensión del acero ilustrada en la Figura 24-1, $f_{ps} = 270 - 0,04/(0,01068 - 0,007) = 259$ ksi. Esto es válido cuando d_t se toma igual a d_p .

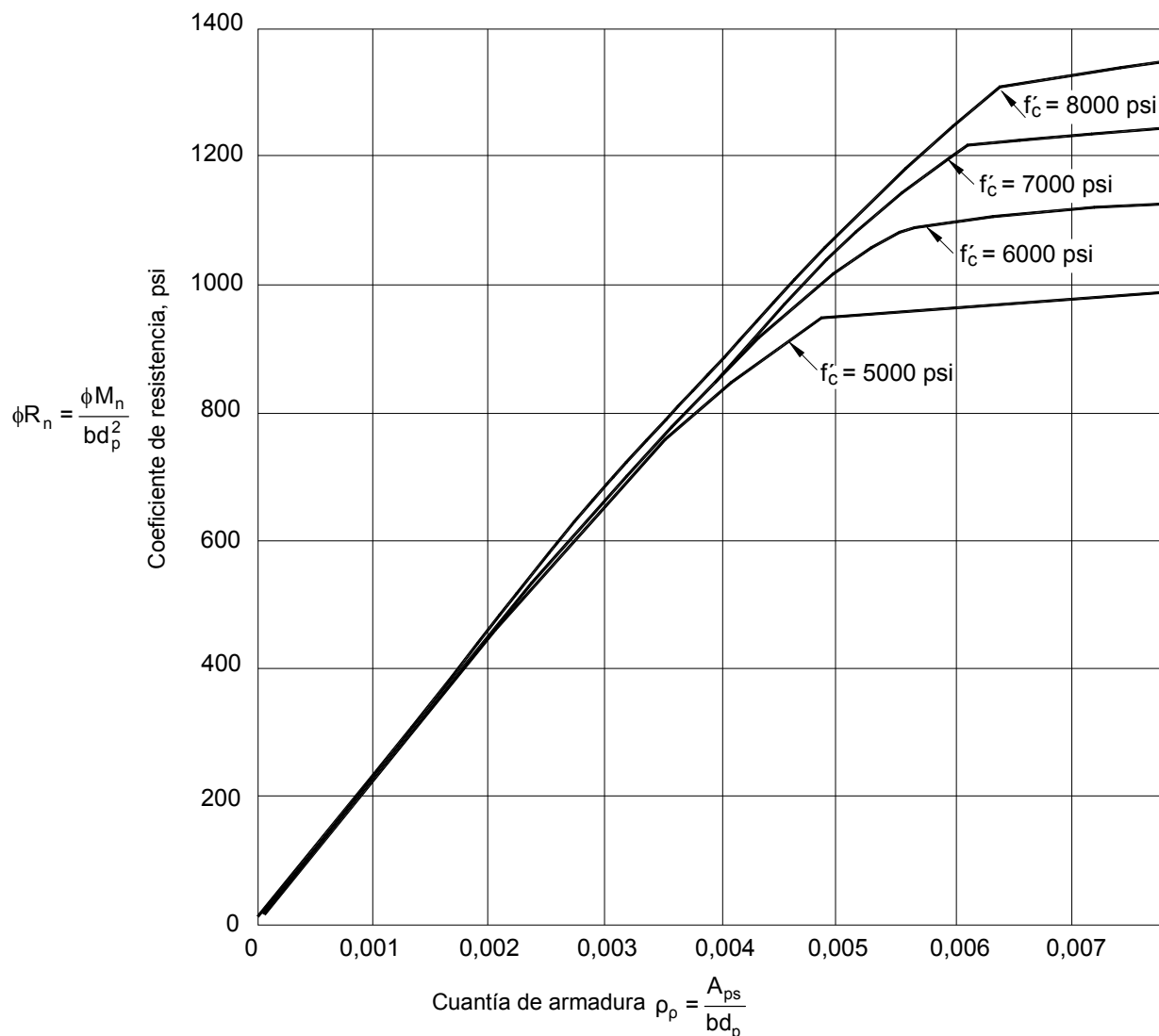


Figura 24-3 – Curvas de resistencia de diseño (ϕR_n vs. ρ_p) para cordones de baja relajación Tipo 270k

La Tabla 24-5 contiene parámetros de diseño para secciones pretensadas en la deformación específica correspondiente al límite de las secciones controladas por tracción, indicados con el subíndice t. Las filas correspondientes a R_n , ϕ_{nt} y ω_{pt} son idénticas a las de la Tabla 6-1. La fila correspondiente a ω_{put} muestra valores algo más elevados que ω_{pt} , ya que ω_{put} se basa en f_{pu} igual a 270 ksi, mientras que ω_{pt} se basa en f_{ps} igual a 259 ksi. La última fila para ω_{pt} muestra valores mucho menores que para ρ_t en la Tabla 6-1, debido a que la resistencia del cordón de pretensado es mucho mayor.

A continuación presentamos un procedimiento abreviado para determinar la resistencia a flexión de las secciones en las cuales se puede asumir que habrá acero de pretensado de baja relajación Grado 270 ksi dispuesto en una sola capa, con $d_p = d_t$, y con $f_{se} \geq 162$ ksi.

1. Suponer que la sección se encuentra en el límite correspondiente a secciones controladas por tracción y $f_{ps} = 259$ ksi.
2. Calcular la tracción T en el acero y un esfuerzo de compresión C igual a la tracción.
3. Determinar la altura del bloque de tensiones, a, y la profundidad del eje neutro, c.

Tabla 24-5 – Parámetros de diseño para una deformación específica límite de 0,005 correspondiente a secciones controladas por tracción

	$f_c = 3000$ $\beta_1 = 0,85$	$f_c = 4000$ $\beta_1 = 0,85$	$f_c = 5000$ $\beta_1 = 0,80$	$f_c = 6000$ $\beta_1 = 0,75$	$f_c = 7000$ $\beta_1 = 0,65$	$f_c = 8000$ $\beta_1 = 0,65$
R_{nt}	683	911	1084	1233	1455	1819
ϕR_{nt}	615	820	975	1109	1310	1637
ω_{pt}	0,2709	0,2709	0,2550	0,2391	0,2072	0,2072
ω_{put}	0,2823	0,2823	0,2657	0,2491	0,2159	0,2159
ρ_{pt}	0,00314	0,00418	0,00492	0,00554	0,00640	0,00800

Para $f_{se} \geq 162$ ksi en cable de baja relajación Grado 270 ksi

4. Se verifica $c/d_p \leq 0,375$? En caso afirmativo, proceder. Caso contrario agregar armadura de compresión para lograr $c/d_p \leq 0,375$.
5. Calcular la resistencia de diseño provista $\phi M_n = 0,9 (T) (d - a/2)$.
6. Si $\phi M_n >$ que el valor requerido, la sección es adecuada y no es necesario continuar. Caso contrario continuar con el paso siguiente.
7. Si el faltante en el valor de ϕM_n provisto es mayor que 4 por ciento es necesario agregar acero. Si el faltante es menor que 4 por ciento, se puede utilizar el principio de compatibilidad de las deformaciones para intentar hallar un valor de f_{ps} más elevado que permita justificar que la sección es adecuada.

El artículo 18.8.2 requiere que la cantidad total de la armadura pretensada y no pretensada de los elementos solicitados a flexión sea adecuada para desarrollar una resistencia al momento como mínimo igual a 1,2 veces el momento de fisuración ($\phi M_n = 1,2 M_{cr}$), para lo cual M_{cr} se calcula mediante la teoría de la elasticidad en base a un módulo de rotura igual a $7,5\sqrt{f'_c}$. Los requisitos del artículo 18.8.2 son análogos a los del artículo 10.5 para elementos no pretensados. Se espera que constituyan una precaución contra las fallas abruptas por flexión que podrían resultar de la rotura de los cables de pretensado inmediatamente después de la fisuración. El requisito asegura que la fisuración se producirá antes que se alcance la resistencia a flexión, y con un margen lo suficientemente amplio como para que antes de llegar a la capacidad última se produzcan flechas significativas. Típicamente en los elementos pretensados con cables adherentes habrá un margen bastante importante entre la resistencia a la fisuración y la resistencia a la flexión, pero el diseñador deberá asegurarse de ello realizando esta verificación.

El momento de fisuración, M_{cr} , para un elemento pretensado se determina sumando todos los momentos que provocarán una tensión en la fibra inferior igual al módulo de rotura f_r . En referencia a la Figura 24-4 para un elemento compuesto pretensado no apuntalado, considerando la compresión con signo negativo y la tracción con signo positivo:

$$-\left(\frac{P_{se}}{A_c}\right) - \left(\frac{P_{se}e}{S_b}\right) + \left(\frac{M_d}{S_b}\right) + \left(\frac{M_a}{S_c}\right) = +f_r$$

$$\text{Resolviendo para } M_a = \left(f_r + \frac{P_{se}}{A_c} + \frac{P_{se}e}{S_b}\right)S_c - M_d \left(\frac{S_c}{S_b}\right)$$

$$\text{Como } M_{cr} = M_d + M_a$$

$$M_{cr} = \left(f_r + \frac{P_{se}}{A_c} + \frac{P_{se}e}{S_b}\right)S_c - M_d \left(\frac{S_c}{S_b} - 1\right) \quad (13)$$

Para un elemento pretensado individual (sin losa compuesta), $S_c = S_b$. Por lo tanto, M_{cr} se reduce a

$$M_{cr} = \left(f_r + \frac{P_{se}}{A_c} \right) S_b + P_{se} e \quad (14)$$

Los Ejemplos 24.6 y 24.7 ilustran el cálculo del momento de fisuración para elementos pretensados.

Observar que una excepción del artículo 18.8.2 permite obviar el requisito de $1,2M_{cr}$ en los siguientes casos: (a) losas en dos direcciones postesadas y sin adherencia, y (b) elementos solicitados a flexión en los cuales los valores de las resistencias al corte y a flexión son como mínimo el doble de los valores requeridos por el artículo 9-2.

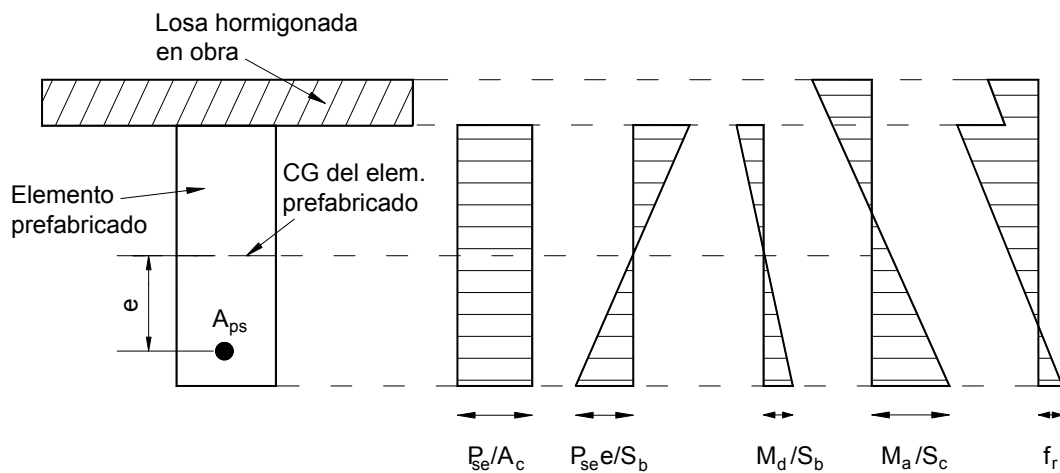
Para la resistencia a flexión: $\phi M_n \geq 2M_u \geq 2(1,2M_d + 1,6M_\ell)$

Para la resistencia al corte: $\phi V_n \geq 2V_u \geq 2(1,2V_d + 1,6V_\ell)$

Con frecuencia el requisito de $1,2M_{cr}$ requiere una cantidad excesiva de armadura en ciertos elementos pretensados solicitados a flexión, especialmente en el caso de elementos de sección hueca y de poca longitud. La intención de la excepción es limitar la cantidad de armadura adicional requerida a valores compatibles con la ductilidad, y conceptualmente es comparable a los requisitos establecidos en el artículo 10.5.3 para elementos no pretensados.

Introducida en la edición 1999 del Código, las excepciones que permiten obviar el requisito de $1,2M_{cr}$ para las losas en dos direcciones postesadas y sin adherencia actualiza el Código para incorporar las prácticas actuales, las cuales han demostrado ser seguras y adecuadas desde el punto de vista técnico (Referencia 24.5).

El artículo 18.8.3 de ACI 318-02 introduce un requisito cualitativo nuevo, que establece que parte de los cables o armadura adherente se debe ubicar tan cerca como sea posible de la cara traccionada.



- A_{ps} = área de armadura pretensada en la zona traccionada
- A_c = área del elemento prefabricado
- S_b = módulo resistente para la cara inferior del elemento prefabricado
- S_c = módulo resistente para la cara inferior del elemento compuesto
- P_{se} = fuerza de pretensado efectiva
- e = excentricidad de la fuerza de pretensado
- M_d = momento del elemento compuesto debido a la carga permanente
- M_a = momento adicional para provocar en la fibra inferior una tensión igual al módulo de rotura f_r

Figura 24-4 – Condiciones de tensión para evaluar el momento de fisuración

18.9 ARMADURA ADHERENTE MÍNIMA

Es recomendable que haya una cantidad mínima de armadura adherente en los elementos en los cuales los cables son no adherentes. Se sugiere consultar la Referencia R18.9.

Para todos los elementos solicitados a flexión con cables de pretensado no adherentes, excepto para las losas macizas en dos direcciones, se debe distribuir un área mínima de armadura adherente calculada de acuerdo con la Ecuación (18-6) uniformemente en toda la zona traccionada precomprimida, tan cerca de la fibra traccionada extrema como sea posible. La Figura 26-4 ilustra la aplicación de la Ecuación (18-6).

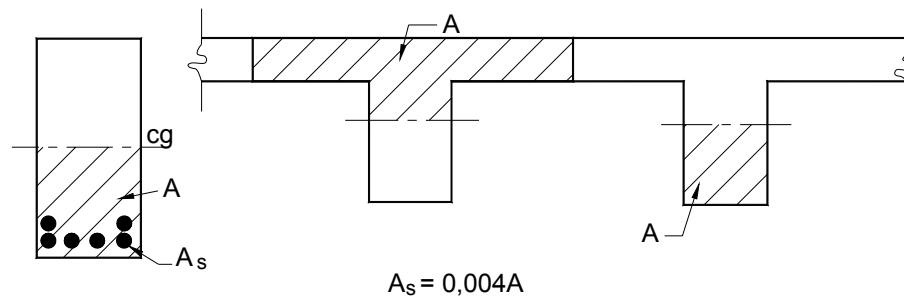


Figura 24-5 – Armadura adherente para los elementos solicitados a flexión

Para las losas macizas se aplican los requisitos del artículo 18.9.3. Los requisitos para las áreas de momento positivo de las losas macizas se ilustran en la Figura 24-5(a), en función de la tensión de tracción en el hormigón bajo cargas de servicio. Anteriormente el artículo 18.9.3 se aplicaba exclusivamente a las placas planas. A partir del Código ACI 318-02 se aplica también a los sistemas de losa plana en dos direcciones con ábacos.

En la edición 1999 del Código se revisó el requisito que establecía un área mínima de armadura adherente para las placas planas en dos direcciones en los apoyos sobre columnas, a fin de reflejar las recomendaciones que surgieron a partir de las investigaciones originales (Referencia 24.5). Esta revisión aumentó la armadura mínima requerida sobre las columnas interiores para el caso de paneles rectangulares armados en una dirección y, para el caso de paneles cuadrados, duplicó la armadura mínima requerida sobre columnas exteriores perpendicular al borde de la losa. La Figura 24-6(b) ilustra los requisitos de armadura adherente mínima para las áreas de momento negativo en los apoyos sobre columnas. La armadura adherente se debe ubicar dentro del ancho $c_2 + 2(1,5h)$ ilustrado, con un mínimo de cuatro barras separadas no más de 12 in. De manera similar, se debería proveer armadura adherente mínima paralela al borde de la losa.

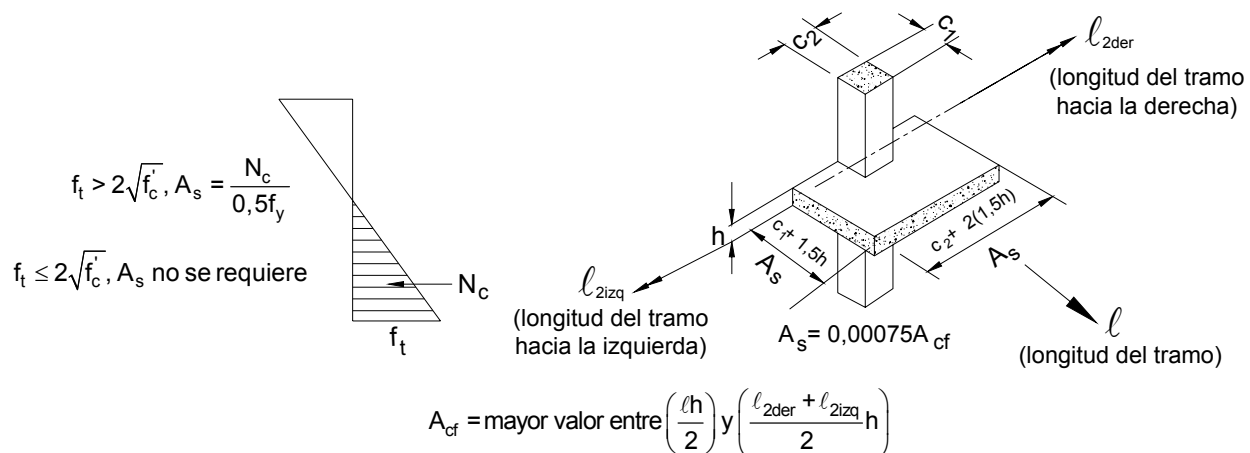


Figura 24-6 – Armadura adherente para placas planas

18.10.4 Redistribución de los momentos

Los anteriores requisitos especiales para la redistribución de los momentos en los elementos pretensados continuos solicitados a flexión ahora han sido remplazados por una referencia a la sección 8.4, la cual se aplica tanto a elementos pretensados como a elementos no pretensados.

18.11 ELEMENTOS COMPRIMIDOS - COMBINACIÓN DE CARGAS AXIALES Y DE FLEXIÓN

Los requisitos del Código para el cálculo de la resistencia de los elementos pretensados son los mismos establecidos para los elementos no pretensados. Algunas consideraciones adicionales incluyen: (1) tomar en cuenta las deformaciones específicas debidas al pretensado, y (2) utilizar una relación tensión-deformación adecuada para los cables o tendones de pretensado. El Ejemplo 24.7 ilustra el procedimiento de cálculo.

Para los elementos comprimidos con una tensión media de pretensado en el hormigón menor que 225 psi, se debe disponer armadura no pretensada (18.11.2.1). Para los elementos comprimidos con una tensión media de pretensado en el hormigón mayor o igual que 225 psi, el artículo 18.11.2.2 requiere que todos los cables de pretensado estén confinados mediante zunchos o estribos cerrados laterales, excepto en el caso de los tabiques.

REFERENCIAS

- 24.1 "PCI Design Handbook – Precast and Prestressed Concrete," MNL 120-95 5° Ed., Precast/Prestressed Concrete Institute, Chicago, 1999, p. 630.
- 24.2 Mast, R. F., "Analysis of Cracked Prestressed Sections: A Practical Approach," *PCI Journal*, Vol. 43, No. 4, Julio-Agosto 1975, pp. 43-75.
- 24.3 PCI Committee on Prestress Losses, "Recommendations for Estimating Prestress Losses," *PCI Journal*, Vol. 20, No. 4, Julio-Agosto 1975, pp. 43-75.
- 24.4 Zia, Paul, et al., "Estimating Prestress Losses," *Concrete International: Design and Construction*, Vol. 1, No. 6, Junio 1979, pp. 32-38.
- 24.5 ACI 423.3R-96 Report, "Recommendations for Concrete Members Prestressed with Unbonded Tendons," American Concrete Institute, Detroit, Michigan.

Ejemplo 24.1 – Estimación de las pérdidas de pretensado

Dado el elemento en forma de doble Te simplemente apoyado ilustrado a continuación, estimar las pérdidas de pretensado usando los procedimientos de la Referencia 24.4 según se discutió anteriormente bajo el título "Cálculo de las pérdidas." Suponer que la unidad se fabrica en la localidad de Green Bay, Wisconsin, WI.

sobrecarga = 40 lb/ft²

carga en la cubierta = 20 lb/ft²

carga permanente = 47 lb/ft² = 468 lb/ft

luz = 48 ft

$f'_{ci} = 3500$ psi

$f'_c = 5000$ psi

8 cordones de acero de baja relajación de 0,5 in. de diámetro

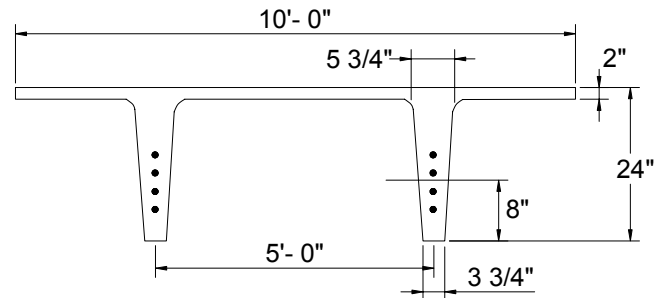
$A_{ps} = 8(0,153 \text{ in.}^2) = 1,224 \text{ in.}^2$

$e = 9,77$ in. (todos los cordones son rectos)

$f_{pu} = 270.000$ psi

$f_{py} = 0,90f_{pu}$

tensión de tesado = $0,74f_{pu} = 200$ ksi



Para el cálculo de las pérdidas asumir las siguientes hipótesis:

$E_{ci} = 3590$ ksi

$E_c = 4290$ ksi

$E_s = 28.500$ ksi

Propiedades de la sección

$A_c = 449 \text{ in.}^2$

$I_c = 22.469 \text{ in.}^4$

$y_b = 17,77$ in.

$y_t = 6,23$ in.

$V/S = 1,35$ in.

Cálculos y discusión

Referencia del Código

1. Acortamiento elástico del hormigón (ES). Usando la Ecuación (1) del Capítulo 26 de este documento:

$$ES = K_{es} E_s \frac{f_{cir}}{E_{ci}} = 1,0(28.500) \frac{0,725}{3590} = 5,8 \text{ ksi}$$

donde

$K_{es} = 1,0$ para elementos pretensados

$$f_{cir} = K_{cir} f_{cpi} - f_g$$

$$= K_{cir} \left(\frac{P_{pi}}{A_c} + \frac{P_{pi} e^2}{I_c} \right) - \frac{M_d e}{I_c}$$

$$= 0,9 \left(\frac{245}{449} + \frac{245 \times 9,77^2}{22.469} \right) - \frac{1617 \times 9,77}{22,469} = 0,725 \text{ ksi}$$

$K_{cir} = 0,9$ para elementos pretensados

$$P_{pi} = 0,74 f_{pu} A_{ps} = 0,74 (270) (1,224) = 245 \text{ kips}$$

$$M_d = 0,468 \times 48^2 \times \frac{12}{8} = 1617 \text{ in.-kips (carga permanente del elemento)}$$

2. Fluencia lenta del hormigón (CR). Usando la Ecuación (3):

$$CR = K_{cr} \frac{E_s}{E_c} (f_{cir} - f_{cds}) = 2,0 \times \frac{28.500}{4290} (0,725 - 0,30) = 5,6 \text{ ksi}$$

$$\text{donde } f_{cds} = M_{ds} \frac{e}{I_c} = 691 \times \frac{9,77}{22.469} = 0,30 \text{ ksi}$$

$$M_{ds} = 0,02 \times 10 \times 48^2 \times \frac{12}{8} = 691 \text{ in.-kips (sólo la sobrecarga en la cubierta)}$$

y $K_{cr} = 2,0$ para elementos pretensados.

3. Contracción del hormigón (SH). Usando la Ecuación (4):

$$\begin{aligned} SH &= 8,2 \times 10^{-6} K_{sh} E_s \left(1 - 0,06 \frac{V}{S} \right) (100 - RH) \\ &= 8,2 \times 10^{-6} \times 1,0 \times 28.500 (1 - 0,06 \times 1,35) (100 - 75) = 5,4 \text{ ksi} \end{aligned}$$

RH = humedad relativa ambiente media alrededor del elemento de hormigón, de la Figura 24-1.
Para la localidad de Green Bay, Wisconsin, RH = 75%

y $K_{sh} = 1,0$ para elementos pretensados.

4. Relajación de la tensión en el acero de pretensado (RE). Usando la Ecuación (5):

$$\begin{aligned} RE &= [K_{re} - J(SH + CR + ES)]C \\ &= [5 - 0,04(5,4 + 5,6 + 5,8)]0,95 = 4,1 \text{ ksi} \end{aligned}$$

donde, para cordones de acero de baja relajación Grado 270:

$$K_{re} = 5 \text{ ksi (Tabla 24-3)}$$

$$J = 0,040 \text{ (Tabla 24-3)}$$

$$C = 0,95 \text{ (Tabla 24-4 para } \frac{f_{pi}}{f_{pu}} = 0,74$$

5. Pérdida de pretensado total

$$ES + CR + SH + RE = 5,8 + 5,6 + 5,4 + 4,1 = 20,9 \text{ ksi}$$

18.6.1

6. Tensión, f_p , y esfuerzo, P_p , inmediatamente después de la transferencia:

Asumir que un cuarto de la pérdida por relajación se produce antes de soltar los cordones.

$$f_p = 0,74f_{pu} - (ES + 1/4 RE)$$

$$= 0,74(270) - (5,8 + 1/4(4,1)) = 193,0 \text{ ksi}$$

$$P_p = f_p A_{ps} = 193,0 \times 1,224 = 236 \text{ kips}$$

7. Tensión de pretensado efectiva, f_{se} , y esfuerzo de pretensado efectivo, P_e , luego de todas las pérdidas.

$$f_{se} = 0,74f_{pu} - \text{pérdida de pretensado total}$$

$$= 0,74(270) - 20,9 = 179 \text{ ksi}$$

$$P_e = f_{se} A_{ps} = 179 \times 1,224 = 219 \text{ kips}$$

Ejemplo 24.2 – Investigación de las tensiones en el momento de la transferencia del pretensado y bajo cargas de servicio

Dado el elemento en forma de doble T simplemente apoyado considerado en el Ejemplo 24.1, verificar todas las tensiones admisibles del hormigón inmediatamente después de la transferencia del pretensado y bajo cargas de servicio. Asumir que la unidad se utiliza como parte de la estructura de una cubierta. Utilizar el valor de las pérdidas determinadas en el Ejemplo 24.1.

sobrecarga = 40 lb/ft²

carga en la cubierta = 20 lb/ft²

carga permanente = 47 lb/ft² = 468 lb/ft

luz = 48 ft

$f'_{ci} = 3500$ psi

$f'_c = 5000$ psi

8 cordones de acero de baja relajación de 0,5 in. de diámetro

$A_{ps} = 8(0,153 \text{ in.}^2) = 1,224 \text{ in.}^2$

$e = 9,77$ in. (todos los cordones son rectos)

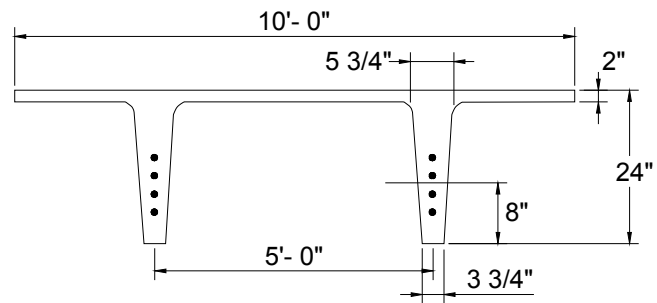
$f_{pu} = 270.000$ psi

$f_{py} = 0,90f_{pu}$

tensión de tesado = $0,74f_{pu} = 200$ ksi

tensión después de la transferencia = 193 ksi

esfuerzo después de la transferencia = $P_p = 1,224 \times 193 = 236$ kips



Propiedades de la sección

$A_c = 449 \text{ in.}^2$

$I_c = 22.469 \text{ in.}^4$

$y_b = 17,77$ in.

$y_t = 6,23$ in.

$V/S = 1,35$ in.

Cálculos y discusión	Referencia del Código
1. Calcular las tensiones admisibles en el hormigón:	18.4
<u>En el momento de la transferencia del pretensado (antes de las pérdidas que dependen del tiempo):</u>	18.4.1
Compresión: $0,60f'_{ci} = 0,60(3500) = 2100$ psi	
Tracción: $6\sqrt{f'_{ci}} = 355$ psi (en los extremos de los elementos simplemente apoyados; en los demás casos $3\sqrt{f'_{ci}}$)	
<u>Bajo cargas de servicio (luego de considerar todas las pérdidas de pretensado):</u>	18.4.2
Compresión: $0,45f'_c = 2250$ psi Debida a las cargas sostenidas o de larga duración	
Compresión: $0,60f'_c = 3000$ psi Debida a las cargas totales	

Tracción: $12\sqrt{f'_c} = 849 \text{ psi}$

18.3.3(b)

2. Calcular los momentos bajo cargas de servicio en la mitad de la luz:

$$M_d = \frac{w_d \ell^2}{8} = \frac{0,468 \times 48^2}{8} = 134,8 \text{ ft-kips} \quad (\text{carga permanente de la viga})$$

$$M_{ds} = \frac{w_{ds} \ell^2}{8} = \frac{0,02 \times 10 \times 48^2}{8} = 57,6 \text{ ft-kips} \quad (\text{carga permanente en la cubierta})$$

$$M_{sus} = M_d + M_{ds} = 134,8 + 57,6 = 192,4 \text{ ft-kips} \quad (\text{carga sostenida})$$

$$M_\ell = \frac{w_\ell \ell^2}{8} = \frac{0,04 \times 10 \times 48^2}{8} = 115,2 \text{ ft-kips} \quad (\text{sobrecarga})$$

$$M_{tot} = M_d + M_{ds} + M_\ell = 134,8 + 57,6 + 115,2 = 307,6 \text{ ft-kips} \quad (\text{carga total})$$

3. Calcular los momentos bajo cargas de servicio en el punto de transferencia:

Asumir que el punto de transferencia está ubicado a una distancia igual a $50d_b = 25 \text{ in.}$ a partir del extremo de la viga. Asumir que la distancia entre el extremo de la viga y el centro del apoyo es 4 in.
 Por lo tanto, $x = 25 - 4 = 21 \text{ in.} = 1,75 \text{ ft.}$

11.4.3

$$M_d = \frac{w_d x}{2} (\ell - x) = \frac{0,468 \times 1,75}{2} (48 - 1,75) = 18,9 \text{ ft-kips} \quad (\text{carga permanente de la viga})$$

En esta ubicación no es necesario calcular otros momentos, ya que aquí las condiciones inmediatamente después de soltar los cordones son determinantes.

4. Calcular las tensiones en la fibra extrema aplicando la "teoría de elasticidad lineal," que nos lleva a las siguientes expresiones ampliamente conocidas:

$$f_t = \frac{P}{A} - \frac{P e y_t}{I} + \frac{M y_t}{I}$$

$$f_b = \frac{P}{A} + \frac{P e y_b}{I} - \frac{M y_b}{I}$$

donde, del Ejemplo 24.1

$$P = P_p = 236 \text{ kips} \quad (\text{inmediatamente después de la transferencia})$$

$$P = P_e = 219 \text{ kips} \quad (\text{bajo cargas de servicio})$$

Tabla 24-4 – Tensiones en el hormigón inmediatamente después de la transferencia del pretensado (psi)

	En el punto de transferencia supuesto		En la mitad de la luz	
	Parte superior	Parte inferior	Parte superior	Parte inferior
P_p/A	+526	+526	+526	+526
P_{pey}/I	+639	+1824	-639	+1824
M_{dy}/I	+63	-180	+448	-1279
Total	-50 (VERIFICA)	+2170 (digamos que VERIFICA)	+335 (VERIFICA)	+1071 (VERIFICA)
Admisible	-335	+2100	+2100	+2100

Compresión (+)

Tracción (-)

Tabla 24-5 – Tensiones en el hormigón bajo cargas de servicio (psi)

	En la mitad de la luz – Cargas sostenidas		En la mitad de la luz – Cargas totales	
	Parte superior	Parte inferior	Parte superior	Parte inferior
P_e/A	+448	+448	+448	+448
P_{ey}/I	-594	+1695	-594	+1695
M_y/I	+640	-1826	+1023	-2919
Total	+534 (VERIFICA)	+357 (VERIFICA)	+917 (VERIFICA)	-736 (VERIFICA)
Admisible	+2250	+2250	+3000	-849

Compresión (+)

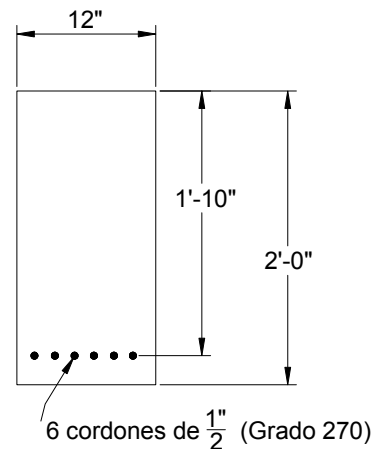
Tracción (-)

Ejemplo 24.3 – Resistencia a flexión de un elemento pretensado empleando un valor aproximado para f_{ps}

Calcular la resistencia nominal al momento del elemento pretensado ilustrado.

$$f'_c = 5000 \text{ psi}$$

$$f_{pu} = 270.000 \text{ psi (cordones de acero de baja relajación; } f_{py} = 0,90f_{pu} \text{)}$$



Cálculos y discusión

Referencia del Código

1. Calcular la tensión en la armadura pretensada a la resistencia nominal utilizando un valor aproximado para f_{ps} . Para un elemento totalmente pretensado la Ecuación (18-3) se reduce a:

$$f_{ps} = f_{pu} \left(1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \rho_p \frac{f_{py}}{f'_c} \right) \quad \text{Ec. (18-3)}$$

$$= 270 \left(1 - \frac{0,28}{0,80} \times 0,00348 \times \frac{270}{5} \right) = 252 \text{ ksi}$$

donde

$$\gamma_p = 0,28 \text{ para } \frac{f_{py}}{f_{pu}} = 0,90 \quad \text{para cordones de acero de baja relajación}$$

$$\beta_1 = 0,80 \text{ para } f'_c = 5000 \text{ psi} \quad 10.2.7.3$$

$$\rho_p = \frac{A_{ps}}{bd_p} = \frac{6 \times 0,153}{12 \times 22} = 0,00348$$

2. Calcular la resistencia nominal al momento usando las Ecuaciones (9) y (10) del Capítulo 24 de este documento.

Calcular la altura del bloque de compresión:

$$a = \frac{A_{ps} f_{ps}}{0,85 b f'_c} = \frac{0,918 \times 252}{0,85 \times 12 \times 5} = 4,54 \text{ in.} \quad \text{Ec. (10)}$$

$$M_n = A_{ps} f_{ps} \left(d_p - \frac{a}{2} \right) \quad \text{Ec. (9)}$$

$$M_n = 0,918 \times 252 \left(22 - \frac{4,54}{2} \right) = 4565 \text{ in-kips} = 380 \text{ ft-kips}$$

3. Verificar si la sección es controlada por tracción: 10.3.4

$$c/d_p = (a/\beta_1) d_p = \left(\frac{4,54}{0,80} \right) / 22$$

$$c/d_p = 0,258 < 0,375 \quad \text{R9.3.2.2}$$

La sección es controlada por tracción. $\phi = 0,90$

Ejemplo 24.4 – Resistencia a flexión de un elemento pretensado en base a la compatibilidad de las deformaciones

La viga de sección rectangular ilustrada está armada con una combinación de cordones pretensados y no pretensados. Calcular la resistencia nominal al momento usando el método de la compatibilidad de las deformaciones (momento-curvatura).

$$f'_c = 5000 \text{ psi}$$

$$f_{pu} = 270.000 \text{ psi (cordones de acero de baja relajación; } f_{py} = 0,90f_{pu} \text{)}$$

$$E_{ps} = 28.500 \text{ ksi}$$

$$\text{Tensión de tesado} = 0,74f_{pu}$$

$$\text{Pérdidas} = 31,7 \text{ ksi (calculadas usando el método de la Referencia 24.4)}$$

(El procedimiento se describe en la sección 18.6 – Pérdidas de pretensado.)

Cálculos y discusión

Referencia del Código

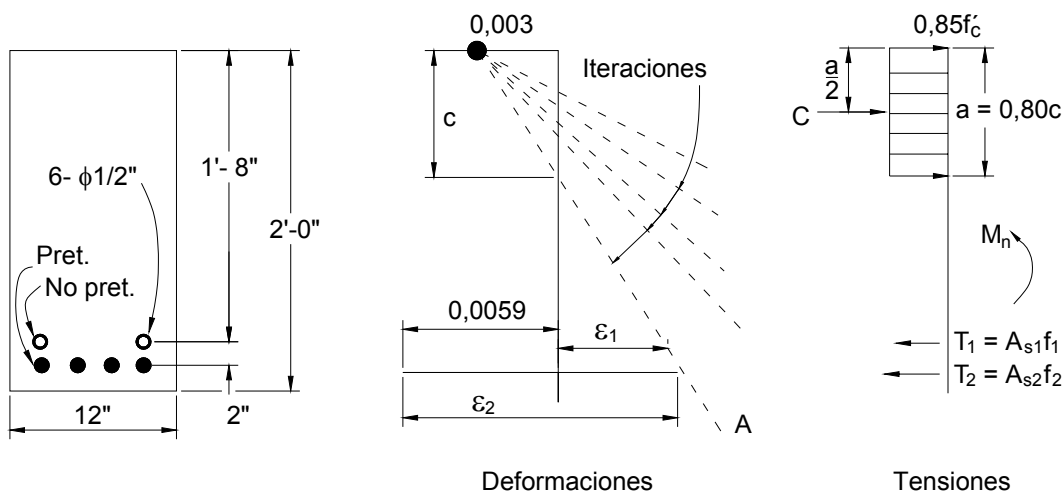
1. Calcular la deformación específica efectiva en el acero de pretensado.

$$\varepsilon = (0,74f_{pu} - \text{pérdidas}) / E_{ps} = (0,74 \times 270 - 31,7) / 28.500 = 0,0059$$

2. Trazar el diagrama de deformaciones a la resistencia nominal al momento, definido por una deformación específica de compresión máxima en el hormigón igual a 0,003 y una distancia supuesta al eje neutro, c.

18.3.1

Para $f'_c = 5000 \text{ psi}$, $\beta_1 = 0,80$.



3. Determinar el equilibrio de los esfuerzos horizontales.

La "línea de deformaciones" trazada en la figura anterior a partir del punto 0 se debe ubicar de manera de obtener el equilibrio de los esfuerzos horizontales:

$$C = T_1 + T_2$$

Para calcular T_1 y T_2 , las tensiones correspondientes f_1 y f_2 se determinan en base a las deformaciones ϵ_1 y ϵ_2 y a la relación tensión-deformación de los cordones. El equilibrio se logra aplicando el siguiente procedimiento iterativo:

- asumir un valor de c (ubicación del eje neutro)
- calcular ϵ_1 y ϵ_2
- determinar f_1 y f_2 a partir de las ecuaciones indicadas en la Figura 24-1
- calcular $a = \beta_1 c$
- calcular $C = 0,85f'_c ab$
- calcular T_1 y T_2
- verificar la condición de equilibrio aplicando $C = T_1 + T_2$
- si $C < T_1 + T_2$ aumentar el valor de c , o viceversa, y regresar al paso b de este procedimiento.
Repetir hasta lograr una convergencia satisfactoria.

Estimar una ubicación del eje neutro para una primera iteración. Estimar el cordón tesado a 260 ksi, y el cordón no tesado a 200 ksi.

$$T = \sum A_{ps} f_s = 0,306(200) + 0,612(260) = 220 \text{ kips} = C$$

$$a = C / (0,85f'_c b) = 220 / (0,85 \times 5 \times 12) = 4,32 \text{ in.}$$

$$c = a / \beta_1 = 4,32 / 0,80 = 5,4 \text{ in.} \quad \text{Usar } c = 5,4 \text{ in. para la primera iteración.}$$

La siguiente tabla resume las iteraciones requeridas para resolver este problema:

Iteración No.	c in.	ϵ_1	ϵ_2	f_1 ksi	f_2 ksi	a in.	C kips	T_1 kips	T_2 kips	$T_1 + T_2$ kips
1	5,4	0,0081	0,0151	231	265	4,32	220	71	162	233
2 VERIFICA	5,6	0,0077	0,0147	220	265	4,48	228,5	67	162	229

4. Calcular la resistencia nominal al momento.

Usando $C = 228,5$ kips, $T_1 = 67$ kips y $T_2 = 162$ kips la resistencia nominal al momento se puede calcular tomando momentos respecto de T_2 de la siguiente manera:

$$M_n = \{[(d_2 - a/2) \times C] - [(d_2 - d_1) \times T_1]\} / 12$$

$$= \{[22 - (4.48/2) \times 228,2 - (22 - 20) \times 67]\} / 12 = 365 \text{ ft-kips}$$

Ejemplo 24.5 – Límite correspondiente a sección controlada por tracción para un elemento pretensado solicitado a flexión

Para el elemento de sección en forma de doble Te ilustrado, verificar los límites para la armadura pretensada provista.

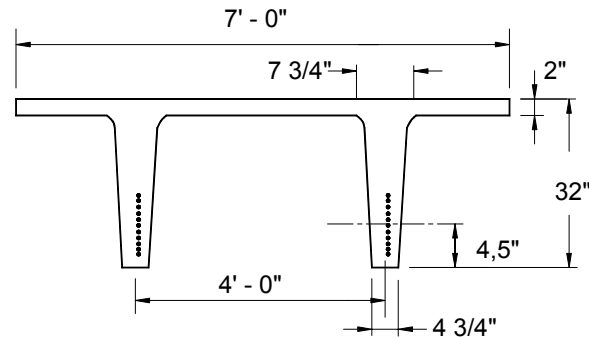
$$f'_c = 5000 \text{ psi}$$

22 cordones de baja relajación de 0,5 in. de diámetro

$$A_{ps} = 22(0,153 \text{ in.}^2) = 3,366 \text{ in.}^2$$

$$f_{pu} = 270.000 \text{ psi}$$

$$f_{py} = 0,90f_{pu}$$



Cálculos y discusión

Referencia del Código

Ejemplo No. 24.5.1

1. Calcular la tensión en la armadura pretensada a la resistencia nominal usando las Ecuaciones (6) y (8).

$$\omega_{pu} = \frac{A_{ps} f_{pu}}{b d_p f'_c} = \frac{3,366 \times 270}{84 \times 27,5 \times 5} = 0,079$$

$$f_{ps} = f_{pu} \left(1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \omega_{pu} \right) = 270 \left(1 - \frac{0,28}{0,8} \times 0,079 \right) = 263 \text{ ksi} \quad \text{Ec. (18-3)}$$

donde

$$\gamma_p = 0,28 \quad \text{para cordones de baja relajación}$$

$$\beta_1 = 0,80 \quad \text{para } f'_c = 5000 \text{ psi} \quad 10.2.7.3$$

2. Calcular la altura requerida del diagrama de tensiones del hormigón.

$$a = \frac{A_{ps} f_{ps}}{0,85 b f'_c} = \frac{3,336 \times 263}{0,85 \times 84 \times 5} = 2,48 \text{ in.} > h_f = 2 \text{ in.}$$

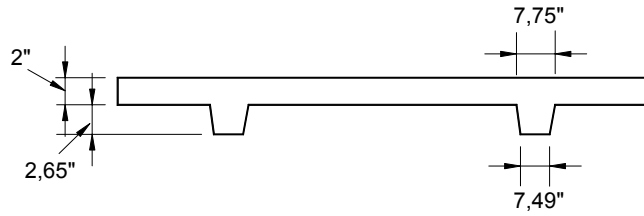
3. Calcular el área de la zona comprimida.

$$A_c = \frac{A_{ps} f_{ps}}{0,85 f'_c} = \frac{3,336 \times 263}{0,85 \times 5} = 208,3 \text{ in.}^2$$

4. Determinar la altura, a, del bloque de tensiones, y el valor de c.

$$A = 2 \times 84 = 168 \text{ in.}^2$$

$$+ 2 \times 2,65 \times \frac{7,75 + 7,49}{2} = \frac{40,4 \text{ in.}^2}{208,4 \text{ in.}^2}$$



$$a = 4,65 \text{ in.}$$

$$c = a / \beta_1 = 4,65 / 0,8 = 5,81 \text{ in.}$$

5. Verificar si la sección es controlada por tracción.

10.3.4

$$c / d_p = 5,81 / 27,5 = 0,211 < 0,375$$

R.9.3.2.2

La sección es controlada por tracción.

Nota: En el Paso 1, para determinar f_{ps} se utilizó la Ecuación (18-3). Pero, con el bloque de tensiones en el alma, el valor de ω_{pu} usado en la Ecuación (18-5) no fue el correcto, aunque en este caso el error es pequeño. Mediante un análisis de compatibilidad de las deformaciones se obtiene $c = 6,01 \text{ in.}$ y $f_{ps} = 266 \text{ ksi.}$

Ejemplo No. 24.5.2

Verificar los límites de la armadura considerando un ala de 3 in. de espesor en el elemento del Ejemplo 24.5.1. La altura total continúa siendo 32 in.

1. $f_{ps} = 263 \text{ ksi}$ *No varía respecto del Ejemplo 24.5.1*
2. $a = 2,48$ *No varía respecto del Ejemplo 24.5.1, Paso 2*
 $< h_f = 3 \text{ in.}$

Como el bloque de tensiones está totalmente comprendido dentro del ala, la sección efectivamente actúa como una sección rectangular.

3. Verificar la relación c / d_p

$$c = a / \beta_1 = 2,48 / 0,8 = 3,10 \text{ in.}$$

$$c / d_p = 3,10 / 27,5 = 0,113 < 0,375$$

R9.3.2.2

La sección es controlada por tracción.

Ejemplo 24.6 – Momento de fisuración y límite de armadura mínima para un elemento pretensado no compuesto

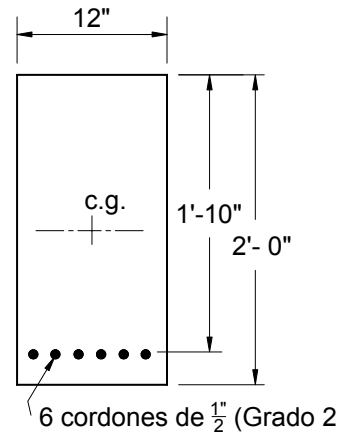
Dado el elemento pretensado no compuesto del Ejemplo 24.3, calcular el momento de fisuración y compararlo con la resistencia al momento de diseño para verificar el límite de armadura mínima.

$$f'_c = 5000 \text{ psi}$$

$$f_{pu} = 270.000 \text{ psi}$$

$$\text{Fuerza de tesado} = 0,70 f_{pu}$$

Asumir que las pérdidas son del 20%



Cálculos y discusión

Referencia del Código

1. Calcular el momento de fisuración usando la Ecuación (14) desarrollada en el Capítulo 24 de este documento.

$$M_{cr} = \left(f_r + \frac{P_{se}}{A_c} \right) S_b + (P_{se} \times e) \quad \text{Ec. (14)}$$

$$f_r = 7,5\sqrt{f'_c} = 530 \text{ psi} \quad \text{Ec. (9-9)}$$

Suponiendo que las pérdidas son del 20%:

$$P_{se} = 0,8 \times [6 \times 0,153 \times 0,7 \times 270] = 139 \text{ kips}$$

$$S_b = \frac{bh^2}{6} = \frac{12 \times 24^2}{6} = 1152 \text{ in.}^3$$

$$A_c = bh = 12 \times 24 = 288 \text{ in.}^2$$

$$e = 12 - 2 = 10 \text{ in.}$$

$$M_{cr} = \left(0,530 + \frac{139}{288} \right) 1152 + (139 \times 10) = 2557 \text{ in-kips} = 213 \text{ ft-kips}$$

Observar que para verificar la armadura mínima de acuerdo con el artículo 18.8.3 es necesario determinar el momento de fisuración.

2. El artículo 18.8.3 requiere que la armadura total (pretensada y no pretensada) sea adecuada para desarrollar una resistencia al momento de diseño como mínimo igual a 1,2 veces el momento de fisuración.

Del ejemplo 24.3, $M_n = 380$ ft-kips.

$$\phi M_n \geq 1,2 M_{cr}$$

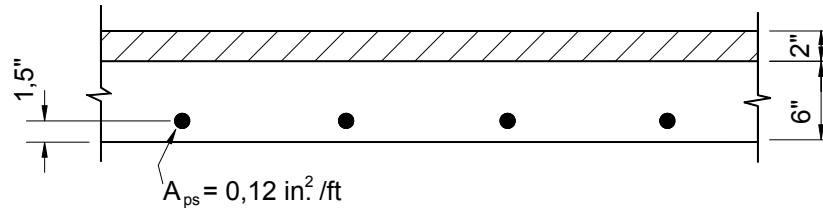
18.8.3

$$0,9(380) > 1,2(213)$$

$$342 > 256 \quad \text{VERIFICA}$$

Ejemplo 24.7 – Momento de fisuración y límite de armadura mínima para un elemento pretensado compuesto

Dada la losa plana maciza prefabricada ilustrada, con una capa de compresión de 2 in., calcular el momento de fisuración. La losa es soportada por tabiques portantes y tiene una luz de 15 ft.



Propiedades de la sección por pie de ancho:

$$A_c = 72 \text{ in.}^2 \quad (\text{losa prefabricada})$$

$$f'_c = 5000 \text{ psi} \quad (\text{hormigón de agregados livianos, } w_c = 125 \text{ lb/ft}^3)$$

$$S_b = 72 \text{ in.}^3 \quad (\text{losa prefabricada})$$

$$f_{pu} = 250.000 \text{ psi} \quad (\text{cordón aliviado de tensiones})$$

$$S_c = 132,7 \text{ in.}^3 \quad (\text{sección compuesta})$$

$$\text{tensión de tesado} = 0,70 f_{pu}$$

Asumir que las pérdidas son del 25%

Cálculos y discusión

Referencia del Código

1. Calcular el momento de fisuración usando la Ecuación (13) desarrollada para elementos compuestos no apuntalados. Todos los cálculos se basan en un ancho de losa igual a un pie. 18.8.3

$$M_{cr} = \left(f_r + \frac{P_{se}}{A_c} + \frac{P_{se}e}{S_b} \right) S_c - M_d \left(\frac{S_c}{S_b} - 1 \right) \quad (13)$$

$$f_r = 0,75 \left(7,5 \sqrt{5000} \right) = 398 \text{ psi} \quad \text{reducido porque se trata de hormigón de agregados livianos} \quad 9.5.2.3$$

Suponiendo que las pérdidas son del 25%:

$$P_{se} = 0,75 (0,12 \times 0,7 \times 250) = 15,75 \text{ kips}$$

$$e = 3 - 1,5 = 1,5 \text{ in.}$$

$$w_d = (6 + 2) / 12 \times 125 = 83 \text{ lb/ft}^2 = 0,083 \text{ ksf} \quad (\text{peso de la losa prefabricada} + \text{capa de compresión})$$

$$M_d = \frac{w_d \ell^2}{8} = \frac{0,083 \times 15^2}{8} = 2,33 \text{ ft-kips} = 28,0 \text{ in.-kips}$$

$$M_{cr} = \left(0,398 + \frac{15,75}{72} + \frac{15,75 \times 1,5}{72} \right) 132,7 - 28,0 \left(\frac{132,7}{72} - 1 \right)$$

$$= 125,4 - 23,6 = 101,8 \text{ in.-kips}$$

2. Calcular la resistencia al momento de diseño y compararla con el momento de fisuración. Todos los cálculos se basan en un ancho de losa igual a un pie.

$$A_{ps} = 0,12 \text{ in.}^2, \quad d_p = 8,0 - 1,5 = 6,5 \text{ in.}$$

$$\rho_p = \frac{A_{ps}}{bd_p} = \frac{0,12}{12 \times 0,65} = 0,00154$$

Al no haber armadura adicional de tracción ni de compresión, la Ecuación (18-3) se reduce a:

$$f_{ps} = f_{pu} \left(1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} \right) = 250 \left(1 - \frac{0,4}{0,8} \times 0,00154 \times \frac{250}{5} \right) = 240,4 \text{ ksi}$$

$$a = \frac{A_{ps} f_{ps}}{0,85 f'_c b} = \frac{0,12 \times 240,4}{0,85 \times 5 \times 12} = 0,57 \text{ in.}$$

$$M_n = A_{ps} f_{ps} (d_p - a/2) = 0,12 \times 240,4 (6,5 - 0,57/2) = 179,3 \text{ in.-kips}$$

$$\phi M_n = 0,9(179,3) = 161,4 \text{ in.-kips}$$

$$\phi M_n \geq 1,2(M_{cr})$$

18.8.3

$$161,4 > 1,2(101,8) = 122,2 \quad \text{VERIFICA}$$

Ejemplo 24.8 – Elemento pretensado solicitado a compresión

Dada la columna corta ilustrada, calcular la resistencia nominal al momento M_n para una carga axial nominal $P_n = 30$ kips.

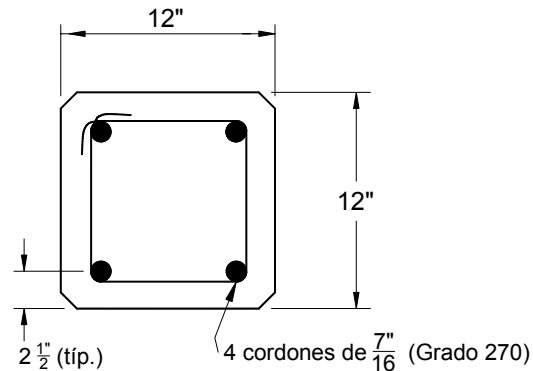
Calcular la resistencia de diseño.

$$f'_c = 5000 \text{ psi}$$

$$f_{pu} = 270.000 \text{ psi (cordones de baja relajación)}$$

$$\text{tensión de tesado} = 0,70 f_{pu}$$

Asumir que las pérdidas son del 10%



Cálculos y discusión

Referencia del Código

No se debe usar la Ecuación (18-3) si el acero de pretensado se encuentra en la zona comprimida. En este caso debemos usar el mismo procedimiento de "compatibilidad de las deformaciones" utilizado para flexión. La única diferencia es que en el caso de las columnas es necesario incluir la carga P_n en la ecuación de equilibrio de fuerzas verticales.

1. Calcular la tensión efectiva de pretensado.

$$f_{se} = 0,90 \times 0,70 f_{pu} = 0,9 \times 0,7 \times 270 = 170 \text{ ksi}$$

$$P_e = A_{ps} f_{se} = 4 \times 0,115 \times 170 = 78,2 \text{ kips}$$

2. Calcular la tensión de pretensado promedio en la sección de la columna.

$$f_{pc} = \frac{P_e}{A_g} = \frac{78,2}{12^2} = 0,54 \text{ ksi}$$

No se requiere armadura mínima de acuerdo con 10.9.1 debido a que $f_{pc} = 0,54 \text{ ksi} > 0,225 \text{ ksi}$.

18.11.2.1

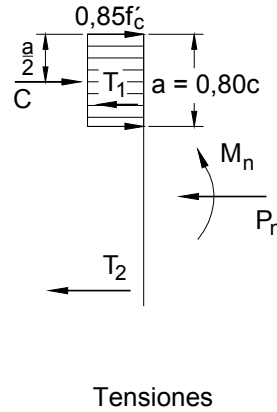
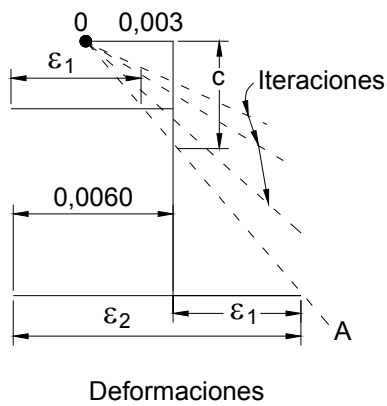
Como $f_{pc} = 0,54 \text{ ksi} > 0,225 \text{ ksi}$, todos los cables de pretensado se deben confinar mediante estribos cerrados laterales de acuerdo con los requisitos del artículo 18.11.2.2.

3. Calcular la deformación específica efectiva en el acero de pretensado.

$$\epsilon = \frac{f_{se}}{E_p} = \frac{170}{28.500} = 0,0060$$

4. Graficar el diagrama de deformaciones para la resistencia nominal al momento, definido por una deformación específica de compresión máxima en el hormigón igual a 0,003 y una distancia al eje neutro supuesta, c.

Para $f'_c = 5000 \text{ psi}$, $\beta_1 = 0,80$.



$$C = ha 0,85 f'_c$$

$$T_1 = A_{ps1} f_1$$

$$T_2 = A_{ps2} f_2$$

5. Obtener el equilibrio de los esfuerzos axiales. La línea OA en el diagrama de deformaciones ilustrado debe ser tal que exista equilibrio de fuerzas.

$$C = T_1 + T_2 + P_n$$

Esto se puede lograr aplicando un método iterativo de prueba y error, como el descrito en el Ejemplo 24.4. Suponiendo diferentes valores de c se obtiene la siguiente tabla de iteraciones:

Iteración No.	c in.	ϵ_1	ϵ_2	f_1^* ksi	f_2^* ksi	a in.	C kips	T_1 kips	T_2 kips	$T_1 + T_2 + P_n$ kips
1	3,0	0,0055	0,0125	157	263	2,40	122,4	36,1	60,4	126,5
2	3,2	0,0053	0,0119	152	261	2,56	130,6	35,0	60,2	135,2
3 VERIFICA	3,1	0,0054	0,0122	154	262	2,48	126,5	35,5	60,3	125,8

* De la Ecuación indicada en la Figura 24-1.

6. Calcular la resistencia nominal al momento.

Usando $C = 126,5$ kips (de la sumatoria de las demás fuerzas), $P_n = 30$ kips, $T_1 = 35,5$ kips y $T_2 = 60,3$ kips, la resistencia al momento se puede calcular tomando momentos respecto de P_n , ubicada en el baricentro de la sección, de la siguiente manera:

$$M_n = \left\{ \left[(h/2 - a/2) \times C \right] - \left[(h/2 - 2,5) \times T_1 \right] + \left[(h/2 - 2,5) \times T_2 \right] \right\} / 12$$

$$= \left[(4,76 \times 126,5) - (3,5 \times 35,5) + (3,5 \times 60,3) \right] / 12 = 57,4 \text{ ft-kips}$$

7. Calcular la resistencia de diseño.

$$\epsilon_t = \epsilon_2 - 0,0060 = 0,0122 - 0,0060 = 0,0062 > 0,005$$

La sección es controlada por tracción.

10.3.4

$$\phi P_n = 0,9 \times 30 = 27 \text{ kips}$$

9.3.2.1

$$\phi M_n = 0,9 \times 57,4 = 51,7 \text{ ft-kips}$$

Ejemplo 24.9 – Diseño de una sección fisurada cuando la tracción es mayor que $12\sqrt{f'_c}$

Realizar el análisis del comportamiento bajo condiciones de servicio (serviciabilidad) para la viga ilustrada.

$$f'_c = 6000 \text{ psi}$$

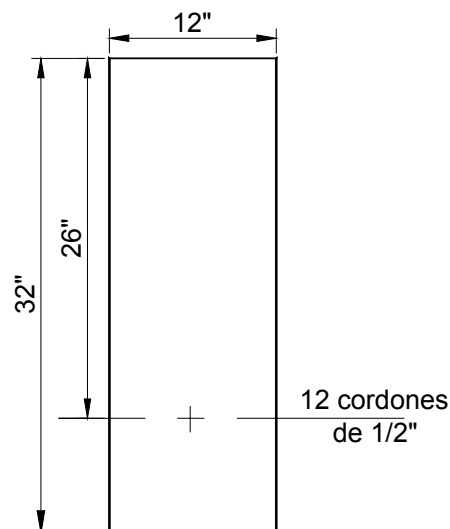
$$\text{altura } d_p = 26 \text{ in.}$$

$$\text{tensión efectiva de pretensado } f_{se} = 150 \text{ ksi}$$

$$\text{tensión de descompresión } f_{dc} = 162 \text{ ksi}$$

$$\text{luz} = 40 \text{ ft}$$

	w k/ft	Momentos en la mitad de la luz in.-k
Peso propio	0,413	992
Carga permanente adicional	1,000	2400
Sobrecarga	1,250	3000
Sumatoria	2,663	6392



Cálculos y discusión

Referencia del Código

1. Verificar la tracción bajo cargas de servicio, en base a la sección bruta.

$$P = A_{ps} f_{se} = 1,836 \times 150 = 275,4 \text{ kip}$$

$$P/A = 275,4 \times 384 = 0,717 \text{ ksi}$$

$$Pe/S = 275,4 \times 10 / 2048 = 1,345$$

$$S = bh^2 / 6 = 12(32)^2 / 6 = 2048 \text{ in.}^3$$

$$\sum M/S = 6392 / 2048 = -3,121$$

$$-1,059 \text{ ksi (tracción)}$$

$$12\sqrt{f'_c} = 12\sqrt{6000} = 930 \text{ psi} = 0,930 \text{ ksi}$$

La tracción es mayor que $12\sqrt{f'_c}$. Diseñar como elemento Clase C.

18.3.3(c)

2. Es necesario realizar un análisis de sección fisurada.

18.3.4

Para el análisis se necesitan las propiedades de la sección fisurada transformada, como las que se utilizaban en los tiempos anteriores al análisis por tensiones de trabajo del hormigón armado convencional (no pretensado). El área de los elementos de acero se reemplaza por un área de hormigón "transformada" igual a n veces el área real de acero, siendo n la relación entre el módulo de elasticidad del acero y el módulo de elasticidad del hormigón.

La relación de módulos es $n = E_{ps} / E_c = 28.500 / 4415 = 6,455$

siendo $E_c = 57.000\sqrt{f'_c} = 57.000\sqrt{6000} = 4415$ ksi

8.5.1

El área de acero transformada A_t es igual a:

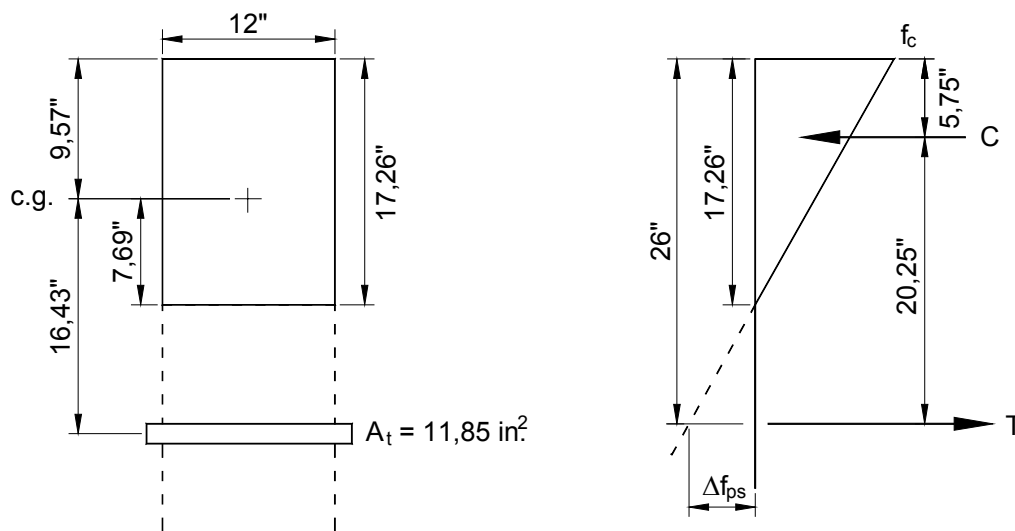
$$A_t = nA_{ps} = 6,455 \times 1,836 = 11,85 \text{ in.}^2$$

El esfuerzo P_{dc} en el momento de la descompresión (cuando la tensión en el hormigón al mismo nivel que el baricentro de los tendones es nula) es:

$$P_{dc} = A_{ps}f_{dc} = 1,836 \times 162 = 297,4 \text{ kips}$$

3. El análisis de tensiones de una sección fisurada con carga axial (debida al pretensado) exige, en el mejor de los casos, la resolución de una ecuación cúbica. Un enfoque más general consiste en hallar una posición para el eje neutro que satisfaga el equilibrio de fuerzas horizontales y produzca el momento flector dado. La Referencia 24.2 describe una manera de hacerlo. Este procedimiento es demasiado largo para presentarlo aquí detalladamente.

Como resultado se obtiene para el eje neutro una profundidad $c = 17,26$ in., con una tensión en el hormigón $f_c = 3,048$ ksi y una tensión en el acero transformado $\Delta f_{ps} / n = 1,545$ ksi. El valor real de Δf_{ps} es $1,545 \times 6,455 = 9,97$ ksi.



4. Las propiedades de la sección transformada son las siguientes:

$$A = 219 \text{ in.}^2$$

$$I = 8524 \text{ in.}^4$$

$$y_t = 9,57 \text{ in.}$$

5. La condición de equilibrio se puede verificar de forma manual.

$$C = f_c bc / 2 = 3,048(12)(17,26) / 2 = 315,7k$$

C actúa en la parte superior de la zona de compresión

$$= d_c / 3 \text{ para un área rectangular}$$

$$17,26 / 3 = 5,75 \text{ in.}$$

$$T = P_{dc} + \Delta f_{ps} (A_{ps}) = 297,4 + 9,97(1,836) = 315,7k = C \quad \text{VERIFICA}$$

M = C ó T × brazo de palanca

$$= 315,7 \times 20,25 = 6392 \text{ in.-kips} \quad \text{VERIFICA}$$

6. Verificar los límites para Δf_{ps} .

$$\Delta f_{ps} \text{ es menor que el límite de 36 ksi establecido en el código.} \quad \text{VERIFICA} \quad 18.4.3.3$$

$$\Delta f_{ps} \text{ es menor que 20 ksi, de modo que no es necesario aplicar los requisitos de separación de los artículos 18.4.4.1 y 18.4.4.2.} \quad 18.4.3.3$$

7. Verificar la flecha.

Para los elementos Clase C es necesario calcular la flecha debida a la sobrecarga en base a un análisis de sección fisurada. 9.5.4.2

Usar la "relación momento-curvatura bilineal," como se describe en la Referencia 24.1. 9.5.4.2

8. Hallar el momento de fisuración M_{cr} , usando P_{dc} .

$$P / A + P e / S + M_{cr} / S = f_r$$

$$\text{módulo de rotura } f_r = 7,5 \sqrt{f'_c} = 7,5 \sqrt{6000} = 581 \text{ psi} \quad 9.5.2.3$$

$$297 / 384 + 297 \times 10 / 2048 + 0,581 = M_{cr} / 2048$$

$$M_{cr} = 5750 \text{ in.-kips}$$

$$M_d = \frac{3392}{2358} = \text{momento debido a la sobrecarga para la sección bruta}$$

el resto de M_ℓ 642 = momento debido a la sobrecarga para la sección fisurada

9. Calcular las flechas antes y después de la fisuración.

$$\Delta_L = \frac{5}{48} \frac{2358L^2}{EI_g} + \frac{5}{48} \frac{642L^2}{EI_{cr}}$$

$$= \frac{5}{48} \frac{2358 \times 480^2}{4415 \times 32768} + \frac{5}{48} \frac{642 \times 480^2}{4415 \times 8524}$$

$$\Delta_L = 0,39 + 0,41 = 0,80 \text{ in.}$$

$$\Delta_L \text{ es } < (L/360 = 480/365 = 1,33 \text{ in.}) \quad \text{VERIFICA}$$

9.5.2.6
Tabla 9.5(b)

A continuación se ilustra la flecha debida a la sobrecarga.

