

CLASE PRÁCTICA No.7: ÄREA EN
COORDENADAS POLARES.®

Clase Práctica No.7: Área en coordenadas polares.

Objetivos:

Contribuir al desarrollo de habilidades en la utilización del sistema de coordenado polar para calcular área de regiones planas aplicando la integral definida.

Introducción:

Resumir a través de preguntas las ecuaciones de las rectas, circunferencias, cardiodes y lemniscatas. Ecuaciones de rectas y circunferencias en el sistema polar. Fórmula para el cálculo de áreas en este sistema:

$$A = \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} f(\theta) d\theta$$

$$\text{o entre dos curvas: } A = \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} [f^2(\theta) - g^2(\theta)] d\theta$$

Desarrollo

EJERCICIO 0.1

Cálcule el área limitada por las curvas.

$$1. \rho = 5, \rho = 3, \theta = \frac{\pi}{6}, \theta = \frac{\pi}{3}$$

$$A = \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} [5^2 - 3^2] d\theta = 4 \frac{\pi}{3} u_2$$

$$2. R = \{(\rho, \theta) : 1 \leq \rho \leq 2, \frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\}$$

$$A = \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} [2^2 - 1^2] d\theta = 3 \frac{\pi}{8} u_2$$

$$3. R = \{(\rho, \theta) : 1 + \cos \theta \leq \rho \leq 1\}$$

$$A = \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} [1^2 - (1 + \cos \theta)^2] d\theta = (2 - \frac{\pi}{4}) u_2$$

$$4. \rho^2 = a^2 \cos 2\theta$$

$$A = 4 \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} a^2 \cos 2\theta \, a^2 u^2$$

$$5. R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x-1)^2 + y^2 \geq 1; (x-2)^2 + y^2 \leq 4; 0 \leq y \leq x\}$$

$$(x-1)^2 + y^2 = 1 \quad \rho = 2 \cos \theta$$

$$(x-2)^2 + y^2 = 4 \quad \rho = 4 \cos \theta$$

$$y = x \quad \theta = \frac{\pi}{4}$$

$$A = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} [(4 \cos \theta)^2 - (2 \cos \theta)^2] d\theta = 3 \frac{\pi}{4} + \frac{3}{2} u_2$$

Conclusiones:

Precisar aspectos fundamentales. Orientar E.I.

Calcúlese el área interior a la cardiode $\rho = a(1 - \sin \theta)$ y exterior al círculo $\rho = a \sin \theta$

Orientar C.M 2 . Aplicaciones del Cálculo Integral.