

Guía Tema I

I- Cálculo de probabilidades.

Ejercicios principio de multiplicación a resolver:

- 1- En una tienda de ropa hay camisas de hombre de 4 tallas diferentes y en 3 colores distintos de cada talla. ¿Cuántos tipos diferentes de camisa hay en la tienda?
- 2- De entre tres ejemplares de un texto de Álgebra, 7 de Análisis y 6 de Estadística hay que escoger un ejemplar de cada texto. ¿Cuántos modos de hacerlo existen?
- 3- ¿Cuántos números de dos dígitos pueden formarse con las cifras 1;2;3;4;5;6 y 7? ¿Cuántos de ellos tiene su dos cifras diferentes? ¿Cuántos números de tres cifras existen que son múltiplos de dos?
- 4- ¿De cuántas formas se puede indicar en un tablero de ajedrez dos casillas, una blanca y otra negra? ¿De cuántas formas de manera que no estén ni en la misma fila ni en la misma columna?
- 5- En una reunión de 18 personas todas se saludan entre sí y ningún par de personas se saluda más de una vez. ¿Cuántos saludos de mano se dan?

En cada uno de los problemas siguientes defina el experimento aleatorio realizado, el espacio muestral asociado al mismo y calcule las probabilidades dadas:

- 1- Se lanzan dos dados no cargados. ¿Cuál es la probabilidad de que:
 - a) Sean dobles
 - b) La suma sea par
 - c) Uno sea par y el otro no lo sea
 - d) Salga un seis
 - e) Ambos números sean menores ó iguales a 3
 - f) No salga ningún 5
- 2- De una urna que contiene una bola blanca, una verde y una roja se extraen dos bolas una a una al azar. Halle la probabilidad de obtener:
 - a) haciéndose reposición
 - a-1) dos bolas verdes
 - a-2) al menos una roja
 - a-3) una sola blanca
 - b) no haciéndose reposición
 - b-1) dos verdes
 - b-2) una verde y una roja
 - b-3) no salga blanca
- 3- Tres familias deben decidir hacia donde viajarán en las vacaciones entre 4 ofertas disponibles de centros turísticos. Como no se deciden han tomado la decisión de hacer una selección aleatoria y escriben los nombres de los centros turísticos en papeles separados para realizar la selección.
Si cada uno selecciona y repone, diga la probabilidad de que:
 - a) todos elijan un mismo lugar
 - b) de que elijan centros diferentes
 - c) dos de ellos viajen al mismo lugar

4- Un joven tiene tres frascos de colonia en envases no diferenciables. Si se conoce que se perfuma dos veces al día, partiendo de la construcción del espacio muestral, calcule la probabilidad de los siguientes sucesos.

- a) se perfume las dos veces con una colonia específica
- b) se perfume las dos veces con la misma colonia
- c) emplee colonias diferentes
- d) no emplee una de ellas

5- Tres hombres entregan sus sombreros en el guardarropa de un restaurante. Si los tres sombreros son exactamente iguales. ¿Cuál es la probabilidad de que:

- a) cada uno de ellos se vaya con su propio sombrero?
- b) Cada uno se vaya con un sombrero ajeno?
- c) Sólo el primero se vaya con su sombrero?
- d) El primero y el tercero se vayan con los sombreros invertidos?
- e) El primero ó el segundo se vayan con su sombrero.

6- Se ofertan 4 nuevos tipos de helados y se presentan dos niños para adquirir el producto. Como no conocen los sabores deciden elegir el pedido aleatoriamente por el número de orden de aparición de los sabores en la pizarra informativa. Calcule las siguientes probabilidades.

- a) De que seleccionen helados diferentes
- b) Seleccionen el mismo sabor
- c) El primero seleccione el 1 y el segundo el 2
- d) De que los dos seleccionen números pares

7- En cierta escuela que tiene 500 estudiantes y se sabe que: 300 practican pelota; 20 pelota y baloncesto; 200 natación; 50 baloncesto; 30 natación y baloncesto; 20 pelota y natación y 10 los tres deportes. Si se selecciona un alumno aleatoriamente, ¿cuál es la probabilidad de que:

- a) Practique dos deportes solamente?
- b) Practique al menos un deporte?
- c) Practique no más de un deporte?

8- De una encuesta aplicada en un centro de trabajo se conoció que de los 100 trabajadores que allí laboran: 50 son suscriptores del Granma; 50 son suscriptores del Juventud Rebelde; 30 son suscriptores de Girón; 15 son suscriptores de Granma y Juventud Rebelde; 10 son suscriptores de Granma y Girón; 10 son suscriptores de Girón y Juventud Rebelde y 5 son suscriptores de los tres órganos de prensa. Si se selecciona aleatoriamente un trabajador, ¿cuál es la probabilidad de que:

- a) Reciba dos periódicos?
- b) Reciba un solo periódico?
- c) Reciba más de un periódico?
- d) No reciba ningún periódico?
- e) No reciba Tribuna ó Granma?

9- De un grupo de 1200 hombres se sabe que: 660 hablan inglés, 700 hablan francés y 620 hablan alemán. Además de conocer que: 310 hablan inglés y francés; 250 hablan francés y alemán; 350 hablan inglés y alemán y 20 hablan francés, inglés y alemán. Si de ese grupo se selecciona un individuo al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que:

- a) Hable inglés
- b) Hable sólo inglés
- c) No conozca ninguno de los tres idiomas
- d) No hable dos de los tres idiomas
- e) Hable sólo un idioma
- f) Hable dos idiomas
- g) Hable inglés y francés, pero no alemán
- h) Hable al menos dos idiomas

En los siguientes problemas calcule la probabilidad pedida.

1- En una asignatura se ha decidido aprobar a aquellos que superen uno de los dos parciales. Con este criterio aprobó el 80%, sabiendo que el primer parcial lo superó el 60% y el segundo el 50%

- a) ¿Cuál hubiese sido el porcentaje de aprobados, si se hubiese exigido superar ambos parciales?
- b) Diga si los eventos “Aprobar el parcial I” y Aprobar el parcial II” son mutuamente excluyentes y exhaustivos.

2- En la bolsa de valores de Londres se calculó que la probabilidad de que el precio del azúcar se mantenga fijo es de 0.10; que la probabilidad de que el café mantenga fijo su precio es de 0.60 y de que conjuntamente lo mantengan los dos productos es de 0.04.

Con la información anterior se pide a usted calcule las siguientes probabilidades:

- a) Que el café ó el azúcar mantengan sus precios
- b) No lo mantenga ninguno
- c) Lo mantenga al menos uno.

3- Si A y B son dos sucesos pertenecientes al mismo espacio de probabilidad tales que:

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{3}, P(A \cap B) = \frac{3}{7}. \text{ Halle: } P(A^c), P(A \cup B), P[(A \cup B)^c] \text{ y } P(A^c \cap B^c).$$

4- Sean A y B dos sucesos definidos en el espacio muestral tales que:

$$P(A) = 0,5, P(A \cup B) = 0,6, P(A \cap B) = 0,5 \text{ Se pide:}$$

- a) decir si son excluyentes y exhaustivos.
- b) Calcular $P(B), P[(A \cap B)^c] \text{ y } P(A^c \cup B^c)$

4- ¿Al lanzar tres dados ¿qué es más probable: obtener en total 10 puntos o alcanzar sólo 9 puntos?

Se proponen los siguientes problemas más complejos:

1- Al entrar a un supermercado cuatro personas entregan los paquetes que traían a la empleada encargada de guardarlos. Si a la salida los cuatro paquetes se le devolvieran al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una de las cuatro personas reciba su paquete?

2- (Problema de las cajas de fósforos de Banach). Un cierto matemático siempre lleva dos cajas de fósforos, y cuando quiere un fósforo selecciona una caja al azar. Si cada caja tiene n fósforos, determina la probabilidad de que cuando una se vacíe, la otra tenga n fósforos.

Otros ejercicios con análisis combinatorio:

- 1- Una urna tiene 6 bolas blancas y 4 negras. Se extraen 2 bolas a la vez. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:
A: una de las bolas es blanca y la otra negra
B: las dos bolas son del mismo color.
- 2- Dos muchachos y dos muchachas se colocan en fila, al azar, para tomarse una fotografía. ¿Cuál es la probabilidad de que las muchachas y los muchachos queden alternados en la fotografía?
- 3- En una habitación hay 5 personas que llevan números de identificación del 1 al 5. Si se seleccionan al azar dos personas. ¿Cuál es la probabilidad de que entre estos dos números de identificación el mayor sea 3?
- 4- (***) Se escribe al azar un número natural de 5 cifras. ¿Cuál es la probabilidad de que el producto de sus cifras sea 20?
- 5- Se escriben cuatro cartas y los sobres correspondientes. Se introducen las cartas en los sobres sin fijarse en si corresponden- ¿Cuál es la probabilidad de que se acierte en todas? ¿Cuál es la probabilidad de fallar en alguna?
- 6- Se lanzan cuatro dados ¿Cuál es la probabilidad de que los cuatro números mostrados sean diferentes?
- 7- En un lote de 12 artículos se conoce que 4 de ellos son defectuosos. Si se escogen al azar dos artículos del lote al mismo tiempo, calcula la probabilidad de que:
 - a. los dos sean defectuosos
 - b. los dos sean buenos
 - c. uno sea bueno y el otro defectuoso
 - d. al menos un artículo sea bueno
- 8- Dos hombres entran a un hotel que tiene tres puertas principales, en momentos diferentes. Si la selección de la entrada de cada uno de ellos fue al azar, obtenga la probabilidad de que:
 - a) utilicen la misma puerta
 - b) utilicen diferentes puertas
 - c) uno de ellos utilice la puerta 1 y el otro la dos
 - d) uno de ellos entre por la 2 y el otro no haga lo mismo.
- 9- Una asociación consiste de 14 miembros. Seis de los miembros son varones, los otros ocho miembros son mujeres. Ellos desean seleccionar un comité de tres hombres y tres mujeres. ¿Cuál es la probabilidad de que:
 - a) Si dos de los hombres de la asociación no quieren estar juntos en el comité, no queden juntos?
 - b) Si uno de los hombres y una de las mujeres rehúsan estar juntos en el comité, no queden juntos?
 - c) Ana sólo esté en el comité si Juana también participa?
 - d) Si el comité debe tener un presidente y un secretario, que estos dos oficiales sean del mismo sexo?

Respuesta a algunos de los problemas de Probabilidad con análisis combinatorio:

Respuesta preg. 1.

$$\text{a) } \frac{\binom{6}{1}\binom{4}{1}}{\binom{10}{2}} = \frac{24}{45} \quad \text{b) } \frac{\binom{4}{2} + \binom{6}{2}}{\binom{10}{2}} = \dots$$

Respuesta preg. 2:

Casos a favor son HMHM o MHMH, pero con permutaciones entre los dos hombres y las dos mujeres, por tanto casos a favor son 8 y total de casos son los casos referidos a la permutación de 4, por tanto la probabilidad pedida es:

$$\frac{8}{4!} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$$

Respuesta preg. 3

En este caso el orden no importa, los casos a favor son 31 o 13, y 23 o 32, por tanto tenemos dos casos a

favor, por tanto la respuesta es: $\frac{2}{\binom{5}{2}} = \frac{2}{10}$

Respuesta pregunta 4(dejarlo para el final, tiene grado de dificultad alto)

Total de números que se pueden formar= 9.10.10.10.10= 90000

Para que el producto de sus cifras sea 20 tenemos los casos:

(1.1.1.5.4) (5.2.2.1.1)

$$2! \cdot C_3^5 = 20 \text{ Formas} \quad 5 \cdot C_2^4 = 30 \text{ formas.} \quad \Rightarrow \frac{50}{90000}$$

Respuesta pregunta 5

Total de casos: se trata de una permutación de 4 cartas= 4!= 24

Entonces tenemos que la probabilidad resulta $\frac{1}{24}$ y para el inciso b) 23/24

Respuesta preg. 6:

$$\frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{V_4^6}{1296}$$

Respuestas pregunta 7:

$$\text{a) } \frac{\binom{4}{2}}{\binom{12}{2}} = \frac{6}{66} \quad \text{b) } \frac{\binom{8}{2}}{\binom{12}{2}} = \frac{28}{66} \quad \text{c) } \frac{\binom{8}{1}\binom{4}{1}}{\binom{12}{2}} = \frac{32}{66} \quad \text{d) } 1 - \frac{6}{66} = \frac{60}{66}$$

II- Cálculo de Probabilidades condicionales. Bayes y Probabilidad Total.

1- Se conoce a partir de datos históricos que en cierto país las probabilidades de que ejerza una pareja el derecho al voto se comporta como sigue: de que un hombre casado vote = 0.6; de que una mujer casada vote = 0.5; de que la mujer vote dado que su esposo lo hizo = 0.7; a partir de los datos anteriores calcule las siguientes probabilidades:

- a) voten los dos integrantes
- b) voten al menos uno de los dos
- c) vote el hombre dado que su esposa lo hizo
- d) no vote ninguno
- e) vote solo el hombre
- f) vote solo uno
- g) no vote la mujer dado que el esposo votó.

2- En la bolsa de valores de Londres se calculó que la probabilidad de que el precio del azúcar se mantenga fijo es de 0.10; que la probabilidad de que el café mantenga fijo su precio es de 0.60 y de que conjuntamente lo mantengan los dos productos es de 0.04.

Con la información anterior se pide a usted calcule las siguientes probabilidades:

- a) Que el café mantenga su precio, sabiendo que el azúcar lo ha mantenido.
- b) Que el café ó el azúcar mantengan sus precios
- c) No lo mantenga el azúcar dado que el café lo mantuvo
- d) Lo mantenga el azúcar dado que se espera lo mantenga uno solo de los productos.
- e) No lo mantenga ninguno
- f) Lo mantenga al menos uno.

3- En cierta escuela que tiene 500 estudiantes y se sabe que: 300 practican pelota; 20 pelota y baloncesto; 200 natación; 50 baloncesto; 30 natación y baloncesto; 20 pelota y natación y 10 los tres deportes. Si se selecciona un alumno aleatoriamente, ¿cuál es la probabilidad de que:

- a) Practique natación dado que practica baloncesto?
- b) Practique natación ó baloncesto dado que practica pelota?
- c) No practique natación dado que practica pelota?

4- A un pueblo llegan dos periódicos, A y B. Una cuarta parte de la población compra ambos periódicos; una mitad compra el A y la tercera parte el B.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona seleccionada al azar compre algún periódico?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que compre el periódico A si sabemos que compró el B? ¿Son estos eventos independientes, exhaustivos o excluyentes? Justifique
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona compre sólo el A?

5- El gerente de una tienda de ropa para hombres ha observado el comportamiento de sus clientes durante un largo periodo de tiempo. Como consecuencia de esa observación afirma que la probabilidad de que un cliente que entre a la tienda compre una camisa es 0,4, pero de los que compran una camisa el 50% compran también

Razonamiento Aproximado. Informática 2do. Elaborado por: MsC. Ramón Junior Almeida Bravo.

una corbata, y solamente un 10% compran la corbata cuando no han comprado la camisa. Obtenga las probabilidades de que los clientes compren lo siguiente:

- a) Una camisa y una corbata.
- b) Una corbata.
- c) Una camisa o una corbata.
- d) Una corbata pero no una camisa.
- e) Sea el evento A: Comprar una camisa y el evento B: Comprar una corbata. ¿Son estos eventos exhaustivos, independientes y excluyentes?

6- Conociendo que: $P(A) = 0.7$; $P(B) = 0.3$; $P(B/A) = 0.3$; Calcular:

$P(AB)$; $P(A \cup B)$; $P(B^c)$; $P(A^c B^c)$; $P(B^c/A)$; $P(A/A \cup B)$

7- Se tiene que; $P(A) = 0.25$; $P(B) = 0.85$; $P(AB) = 0.20$; $P(A/B^c) = 0.33$; Se solicita calcule:

$P(A \cup B)$; $P(A \cup B^c)$; $P(A^c/A \cup B)$; $P(A \cup B^c/A^c)$

8- Se tiene que: $P(A) = 0.5$; $P(A \cup B) = 0.6$ y $P(AB) = 0.5$; Se pide:

$P(B)$; $P(B/A)$; $P(B^c/A)$; $P(B^c/A \cup B)$; $P[(AB)^c]$

Para los ejercicios 6, 7 y 8 analizar si los eventos son mutuamente excluyentes, independientes o exhaustivos.

9- Un centro de enseñanza superior utiliza habitualmente tres hoteles 4 estrellas de la ciudad (A, B, C) para proporcionar alojamiento a los participantes en sus eventos científico-técnicos. De pasadas experiencias se sabe que el 20 % de los participantes tiene preferencia por el hotel B, el 50% tiene preferencia por el hotel A y el 30% por el hotel C. Si el 3% de las habitaciones del hotel A, el 5% de las habitaciones del B y el 9% de las habitaciones del hotel C presentan fallas de plomería, determine la probabilidad de que:

- a) un participante elija una habitación que presenta fallas de plomería. Interprete.
- b) Un participante elija una habitación en el hotel C y ésta no presente fallas de plomería.
- c) Un participante haya elegido una habitación del hotel A si se sabe que la habitación en que está tiene fallas de plomería.

10- Tres empleados (A, B, C) realizan el despacho en un restaurante de comida rápida. El dependiente A despacha incorrectamente el 20% de los pedidos que toma, el B despacha incorrectamente el 12 % de los pedidos que toma y el C despacha incorrectamente el 5 % de los pedidos que toma. A despacha el 30 % de los pedidos, B despacha el 45 % de los pedidos y C el resto de los pedidos. Si acaba de despacharse una orden:

- a. ¿Cuál es la probabilidad de que no la haya despachado el dependiente A?
- b. Si el pedido fue despachado por C, ¿cuál es la probabilidad de que se haya despachado correctamente?
- c. Si el pedido fue despachado incorrectamente, ¿cuál es la probabilidad de que sido despachado por B?
- d. Si se conoce que el pedido fue despachado correctamente, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido despachado por A o B?

11- Dos fábricas producen lámparas eléctricas. La primera proporciona el 70% y la segunda el 30% de la producción total. Por otra parte se sabe que el 83% de las lámparas suministradas por la primera fábrica se ajusta a las normas establecidas mientras que solo el 63% de las producidas por la segunda, se ajusta a dichas normas. Encuentre la probabilidad de que la lámpara entregada al consumidor, se ajuste a las normas establecidas.

12- Las máquinas M_1 , M_2 y M_3 fabrican en serie piezas similares. Las producciones son de 300, 450 y 600 piezas por hora, y los porcentajes de defectuosas del 2%, 3,5% y 2,5% respectivamente. De la producción total de las tres máquinas reunidas en un almacén al fin de la jornada, se toma una pieza al azar. Calcular la probabilidad de que sea defectuosa.

Razonamiento Aproximado. Informática 2do. Elaborado por: MsC. Ramón Junior Almeida Bravo.

13- Tres personas comparten una oficina con un teléfono. De las llamadas que llegan, $\frac{2}{5}$ son para A, $\frac{2}{5}$ para B y $\frac{1}{5}$ para C. El trabajo de estos hombre les obliga a frecuentes salidas, de manera que A está fuera el 50% de su tiempo, y B y C el 25%. Calcular la probabilidad de que:

- i. No esté ninguno para responder el teléfono.
- ii. Esté la persona a la que se llama.
- iii. Haya tres llamadas seguidas para una persona.
- iv. Haya tres llamadas seguidas para tres personas diferentes.
- v. Indique las hipótesis realizadas para resolver este problema