

Guía Tema I

Variables aleatorias. Variables aleatorias discretas. Funciones de probabilidad y distribución

1- Sea $P(x) = \frac{k \cdot x}{10}$, $x = 1, 2, 3, 4$; la función de probabilidad de una variable aleatoria X.

a) Halla el valor de K.

b) Calcule las siguientes probabilidades:

I) $P(X > 2)$ II) $P(X \leq 3)$ III) $P(0 \leq X \leq 4)$

c) Calcule la función de distribución de la variable X.

d) A partir de la F. de Distribución, calcule:

I) $P(X \leq 3)$ II) $P(X > 1)$ III) $P(1 < X \leq 3)$

e) Calcule el $E(X)$ y $V(X)$.

2- Sea $P(x) = \frac{6 - |x - 7|}{36}$, $2 \leq x \leq 12$; la función de probabilidad de la variable X.

a) Representéla en una tabla.

b) Calcule los incisos del b) al e) del ejercicio anterior para esta nueva función.

3- El número de piezas producidas en una hora por una máquina es una variable aleatoria con función de probabilidad:

$$p(X) = \begin{cases} 1/6 & \text{si } X=1 \\ 2/6 & \text{si } X=2 \\ 3/6 & \text{si } X=3 \\ 0 & \text{otros valores} \end{cases}$$

a) Calcule la probabilidad de que en una hora la máquina produzca al menos dos piezas.

b) ¿Con qué valor de probabilidad la máquina produce 3 piezas en una hora?

c) ¿Puede la máquina producir más de 3 piezas en una hora? Justifique.

d) Determine la función de distribución de la variable aleatoria X. ¿Qué información nos brinda?

4- Sea x el número de efectos eléctricos de una vivienda, si la función de cuantía de dicha variable es:

$$f(x) = \frac{1}{24}(2x + 3), \text{ para } x=0, 1, 2, 3$$

Se le pide:

a) Compruebe las propiedades de $f(x)$

b) Calcule la probabilidad de que en una vivienda seleccionada hayan dos equipos.

c) Probabilidad de que haya más de un equipo.

d) Hayan a lo sumo dos equipos.

e) Halle el número esperado de equipos por vivienda y su variabilidad.

5- *Al examinar pozos de agua en un distrito con respecto a dos impurezas encontradas en el agua, se encontró el 20% de los pozos no revelaban impureza alguna, el 40% tenían la impureza A, y el 50% la impureza B, Si se escoge un pozo del distrito al azar, encuentre la distribución de probabilidad para X, esto es, el número de impureza encontrado en el pozo.

6- Se realiza un experimento consistente en seleccionar un núcleo familiar en un reparto y observar la variable aleatoria X : # de cuentas de ahorro que tienen en total sus miembros. Se sabe que la variable aleatoria puede tomar los valores 2, 3, 4 y que su función de cuantía es $f(X)=k(X-X/2)$.

- Diga cómo se clasifica la variable y por qué.
- Determine el valor de la constante k .
- Calcule la probabilidad que el número de cuentas de ahorro sea al menos 3.
- Calcule la probabilidad de que el número de cuentas de ahorro sea como máximo 3 cuentas.

7- Se tiene la siguiente información, donde x es “número de clasificaciones preferentes” dadas a un equipo para su evaluación.

x	0	1	2	3
$p(x)$	0.26	0.50	0.22	0.02

- Compruebe si $p(x)$ puede considerarse como una función de probabilidad.
- Halle la probabilidad de que:
 - El número de clasificaciones preferentes sea menor que 2. Interprete.
 - Sea igual a 1.
 - Sea mayor que 2, dado que al menos hay 1 clasificación preferente.
 - Determine el valor esperado del número de clasificaciones preferentes y su varianza.

8- Dada la siguiente función de distribución acumulada:

$$F_x(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } t = 0 \\ 0.25 & \text{para } t = 1 \\ 0.50 & \text{para } t = 2 \\ 0.70 & \text{para } t = 3 \\ 1.00 & \text{para } t = 4 \end{cases}$$

Calcule utilizando dicha función:

- $P(x > 2)$
- $P(x \geq 1)$
- $P(x > 1)$
- Obtenga la función que caracteriza el comportamiento probabilística de la variable x .

9- Sea x = número de hijos que una pareja recién constituida desea tener. Si se conoce de estudios demográficos que esos deseos se cumplen con probabilidades distribuidas por la función de cuantía

$f(x) = (1/6)x$ para $x = 1, 2, 3$ Se pide:

- Calcule la esperanza matemática
- Calcule la variabilidad
- Considerando que determinadas facilidades sociales pueden influir en la decisión, calcule los valores de la esperanza y la varianza, dadas las siguientes proposiciones:
 $E(x + 1)$; $V(x + 1)$; $E(2x)$; $V(2x)$; $E(2x + 1)$; $V(2x + 1)$

Variables aleatorias continuas. Funciones de densidad y distribución.

1- La función de densidad del tiempo de espera de documentos a imprimir por una impresora en red se expresa como:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8}x & 0 < x < 2 \\ kx & 2 \leq x < 3 \\ 0 & \text{Otro} \end{cases}$$

Calcule:

- El valor de k

- $P(0.5 < x < 2.5)$
- El valor esperado y la varianza

Distribuciones teóricas discretas: Binomial y Poisson.

1- El equipo A tiene $\frac{1}{3}$ de probabilidad de ganar cuando juega. Si A juega 5 partidos, halle la probabilidad de que:

- Gane dos partidos
- Gane al menos un partido
- Gane más de la mitad de los partidos

2- Se conoce por estudios realizados que el 60 % de las personas que visitan la tienda Carlos III lo hacen solo para mirar y no realizan ni una sola compra. Por petición de la gerencia se ha decidido entrevistar a 20 personas al momento de abandonar el centro, preguntándoles si han realizado alguna compra.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el resultado de la entrevista muestre que han realizado alguna compra:

a.1) al menos 5 personas?

a.2) menos de 10 personas?

c. ¿Cuántas personas como promedio se espera que hayan realizado alguna compra de los muestreados?

3- Se conoce que al Coppelía llegan como promedio 120 personas entre el mediodía y la una de la tarde. Las llegadas siguen una distribución Poisson.

a) ¿Cuál es el promedio de personas que llegan por minuto?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que en tres minutos lleguen más de 4 personas?

c) Calcule la probabilidad de que no llegue nadie en 4 minutos

4- Suponiendo que el conmutador de una oficina de asesoría recibe un promedio 0.6 llamadas por minuto, calcúlese las probabilidades de que:

a) en un minuto cualquiera haya al menos una llamada

b) en un intervalo de cuatro minutos haya al menos tres llamadas.

5- De acuerdo con la Oficina Nacional de bioestadística del Departamento de Salud, Educación y Bienestar de los EE.UU. el número promedio de ahogados en accidentes por año en ese país es de 3 por cada 100 000 habitantes.

Halle la probabilidad de que en una ciudad de 200 000 habitantes:

a) No haya ninguno.

b) Haya 2

c) Haya 6

d) Haya 8

e) Haya entre 1 y 8 ahogados en accidente por año.

6- Sólo el 30% de la población de una gran ciudad, piensa que el sistema de transporte masivo es adecuado. Si 15 personas son seleccionadas aleatoriamente de dicha población, encuentre la probabilidad de que:

a) 5 o menos, piensen que el sistema es adecuado.

b) Exactamente 6 piensen que el sistema es adecuado.

c) La mayoría piense que el sistema es adecuado.

7- El número medio de automóviles que llega a una estación de suministro de gasolina es de 216 por hora. Si dicha estación puede atender a un máximo de diez automóviles por minuto:

a) Determinar la probabilidad de que, en un minuto dado, lleguen a la estación de suministro más automóviles de los que puede atender.

8- Una empresa desea comprar unas nuevas mesas de trabajo para las diferentes oficinas, un distribuidor le ofrece las mismas en lotes de 12 mesas, con una tasa de defectos por mesa del 40%.

- ¿Cuál es la probabilidad de que un lote tenga 5 mesas con defectos?
- Si usted no desea enfrentar un riesgo mayor del 20% de probabilidad de que más de 5 salgan defectuosas ¿Debería comprarle a este proveedor?

9- El número de clientes que son atendidos en un Banco Metropolitano sigue una distribución Poisson con razón de 0,5 clientes / minutos.

- ¿Cuál es la probabilidad que sean atendidos en el Banco 10 clientes en 20 minutos?
- ¿Cuál es la probabilidad que sean atendidos en el Banco más de 15 clientes en media hora? Interprete.
- ¿Cuál es la dispersión respecto al número medio de clientes atendidos en el Banco Metropolitano en 15 minutos. Interprete

10- Suponga que la probabilidad de que un banco cometa un error al procesar un depósito es de 0,0003. si se auditan 10 000 depósitos, ¿cuál es la probabilidad de que cometan más de 6 errores al procesar depósitos?

11- El gerente de un restaurante que sólo da servicios mediante reservas sabe, por experiencia, que el 20% de las personas que reservan una mesa para el almuerzo no asistirán, además el 10% de los que lo hacen para la cena tampoco asisten. Si el restaurante acepta 20 reservas para el almuerzo y 18 para la cena teniendo solo 16 mesas:

- ¿Cuál es la probabilidad de que vengan a almorzar más de 15 reservas?
- ¿Cuál es la probabilidad de que a todas las personas que asistan al restaurante a almorzar se les asigne una mesa?
- ¿Cuál es la probabilidad de que a todas las personas que asistan al restaurante a cenar se les asigne una mesa?
- ¿Cuál es la probabilidad de que a lo sumo sobren dos mesas en la cena?

12- Una red de telecomunicaciones que se comporta como un proceso de Poisson, tiene una media de una interrupción al día en la línea.

- Calcula la probabilidad de que hayan más de 3 interrupciones en los próximos tres días.
- Calcula la probabilidad de que no haya interrupciones en la próxima semana laboral (considera que una semana tiene 5 días).
- Se considera un mes de 4 semana laborables. Se define la variable $Y =$ "número de semanas (laborables) dentro de ese mes en las que no haya ninguna interrupción en la línea". ¿Qué distribución sigue Y ? ¿Cuál es la probabilidad de que haya más de dos semanas con interrupciones?

Distribuciones teóricas continuas: Normal, T-student, Chi-cuadrado, F-Fisher.

1) Calcule y realice el análisis gráfico:

$$P(Z < 1) \quad P(Z < -0,42) \quad P(Z > -0,91) \quad P(0,43 < Z < 1,63) \quad P(-1,01 < Z < 2,03)$$

Calcule el valor de "a" tal que $P(Z > a) = 0,025$

2) Suponga que en una ciudad el peso medio de los hombres es de 150 libras, la desviación típica es de 20 libras, y los pesos están distribuidos normalmente.

- Cuál es la probabilidad de que un hombre de la ciudad seleccionado aleatoriamente tenga un peso:

Razonamiento Aproximado. Informática 2do. Elaborado por: MsC. Ramón Junior Almeida Bravo.

- menor de 100 libras

- mayor de 190 libras

¿Cuál es el peso para que el 90% de la población sea menor que dicho peso?

3) Suponga que la duración en horas de un tubo electrónico, está normalmente distribuida con media 160 horas y desviación típica 20 horas. Se compran 10 de estos tubos.

a) Hallar la probabilidad de que un tubo dure menos de 150 horas.

b) Hallar la probabilidad de que exactamente dos de estos tubos tengan tiempo de vida menor que 150 horas.

4- El análisis estadístico de 1000 llamadas telefónicas de larga distancia realizadas desde las oficinas centrales de la Corporación Cimex, señala que la duración de estas llamadas está distribuida normalmente con $\mu = 140$ segundos y desviación típica igual a 40 segundos.

a) ¿Qué porcentaje de llamadas dura menos de 180 segundos?

b) ¿Cuántas llamadas duraron menos de 180 segundos ó más de 200 segundos?

c) ¿Qué porcentaje de las llamadas duró entre 110 y 180 segundos?

d. ¿Cuál es la duración mínima del 1% de las llamadas más largas?

5- Es necesario remodelar la puerta del local donde radica el taller de maquinado de cierta empresa ya que la existente provoca que el 55% de las personas que hacen uso de ella se tengan que inclinar para entrar al local. Se sabe que las estaturas de las personas que hacen uso del mismo presentan una distribución normal con media 1,7 m y desviación típica de 0,04 m.

a) ¿Qué por ciento de esas personas miden entre 1,72 m y 1,8 m?

b) ¿Qué altura debe añadirse a la puerta si se desea que sólo el 2% de las personas tengan que inclinarse para entrar al local?

c) Si se seleccionan aleatoriamente 10 personas de las que hacen uso del taller:

c.1) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 2 de ellos tengan su estatura superior a la estatura media de las personas que hacen uso del taller? Interprete el resultado.

6- El precio de venta promedio de una muestra grande de artículos es de 110 pesos con una desviación estándar de 25 pesos, suponiendo una distribución normal de precios.

a) ¿Qué proporción de los artículos tienen un precio de 80 pesos o menos por artículo?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que un artículo escogido al azar tenga un precio de venta entre 100 y 125 pesos?

c) ¿Por debajo de qué precio se vende el 20% de los artículos de precio más bajo?

d) ¿Por debajo de qué precio se vende el 20% de los artículos de más alto precio?

7- Se tiene una Variable aleatoria "x", con distribución t-student, resuelva las siguientes proposiciones:

a) Calcule $P(t_{(17)} > -1,069)$

b) Determine: $t_{0,05; 4}$, $t_{0,9; 20}$ y $t_{D; 13} = 0,87$

8- Se conoce que una variable en estudio tiene una distribución χ^2 , resuelva las siguientes proposiciones:

a) Diga el valor de $P(\chi^2_{(17)} < 27,6)$

b) Hallar $\chi^2_{0,01; 16}$ y $\chi^2_{D; 10} = 23,21$

9- Para una distribución F de Fisher hallar: $F_{0,05; 8; 11}$ y $F_{0,99; 10; 15}$

10- Calcule los siguientes valores:

a. $Z_{0,025}$ b. $Z_{0,05}$ c. $t_{0,025;10}$ d. $t_{0,05; 5}$ e. $\chi^2_{0,05; 4}$ f. $\chi^2_{0,1; 8}$ g. $\chi^2_{0,975; 9}$ h. $F_{0,1; 4; 2}$ i. $F_{0,05; 5; 5}$ j. $F_{0,95; 5; 6}$