

### Guía Tema III

#### *I-Distribuciones muestrales (según lo oriente el profesor).*

- 1- En una ciudad, el peso de los recién nacidos se ha distribuido según la ley normal de media  $\mu = 3100$  gr. y desviación típica  $\sigma = 150$  gr. Halla los parámetros de la distribución que siguen las medias de las muestras de tamaño 100.
- 2- La variable altura de las alumnas que estudian en una escuela de idiomas sigue una distribución normal de media 1.62 m y desviación típica 0.12 m. ¿Cuál es la probabilidad de que la media de una muestra aleatoria de 100 alumnas sea mayor que 1.60 m?
- 3- En el estudio de cierta característica X de una población se sabe que la desviación estándar es 3. Se va a escoger una muestra de tamaño 100, halle el error estándar de la media muestral.
- 4- Las puntuaciones obtenidas en la escala de Locus de Control de James por los sujetos depresivos, siguen una distribución Normal de media 90 y desviación típica 12. Si se extraen muestras aleatorias simples de 30 sujetos depresivos ¿Por debajo de que cantidad se encontrará el 90% de las veces el valor de la varianza de la muestra?
- 5- Se escogió al azar una muestra de 10 clientes de un banco y se les preguntó el número de veces que habían utilizado el banco para llevar a cabo alguna transacción comercial. Los resultados fueron los siguientes: 0, 4, 2, 3, 2, 0, 3, 4, 1, 1. Estime el error estándar del número de transacciones promedio.
- 6- En una gran ciudad española, la altura media de sus habitantes tiene una desviación típica de 8 cm. Si la altura media de dichos habitantes fuera de 175 cm, ¿cuál sería la probabilidad de que la altura media de una muestra de 100 individuos tomada al azar fuera superior a 176 cm?
- 7- Las puntuaciones en la Escala de Inteligencia para Adultos de Wechsler (WAIS) siguen en una población una distribución Normal de media 100 y desviación típica 16. Si extraemos de esa población una muestra aleatoria simple de 25 individuos
  - a) ¿Cuál es la probabilidad de que la media de esos 25 individuos sea inferior a 95?
  - b) ¿Cuál es la probabilidad de que esa misma media esté comprendida entre 98 y 102?

#### *II- Estimación puntual y por intervalos.*

- 1- Se sabe que el peso de los ladrillos producidos por una determinada fábrica sigue una distribución normal con una desviación típica de 0.12 kilos. En el día de hoy se extrae una muestra aleatoria de sesenta ladrillos cuyo peso medio es de 4.07 kilos.
  - a) Calcular un intervalo de confianza del 99% para el peso medio de los ladrillos producidos hoy.
  - b) Sin realizar cálculos, determinar si un intervalo de confianza del 95% para la media poblacional tendría mayor, menor o la misma longitud que el calculado en el apartado (a).
  - c) Se decide que mañana se tomara una muestra de 20 ladrillos. Sin realizar cálculos, determinar si un intervalo de confianza del 99% para el peso medio de los ladrillos producidos mañana tendría mayor, menor o la misma longitud que el calculado en el apartado (a).

**Respuestas:** a) (4.03, 4.11) b) menor c) mayor

Razonamiento Aproximado. Informática 2do. Elaborado por: MsC. Ramón Junior Almeida Bravo.

2- Un director de producción sabe que la cantidad de impurezas contenida en los envases de cierta sustancia química sigue una distribución normal. Se extrae una muestra aleatoria de nueve envases cuyos contenidos de impurezas son los siguientes:

18.2	13.7	15.9	17.4	21.8
16.6	12.3	18.8	16.2	

- a) Calcular un intervalo de confianza del 90% para el peso medio poblacional de las impurezas.  
b) Sin realizar cálculos, determinar si un intervalo de confianza del 95% para la media poblacional tendría mayor, menor o la misma longitud que el calculado en el apartado (a).

**Respuestas:** a) (15.035, 18.498) b) mayor

3- La Dirección General de Tráfico quiere conocer la velocidad a la que circulan los automóviles en un tramo determinado de una carretera. Para una muestra de siete automóviles, el radar señaló las siguientes velocidades en k/h.

79	73	68	77	86	71	69
----	----	----	----	----	----	----

- a) Calcular la media y la varianza muestral.  
b) Suponiendo que la distribución de la población es normal, hallar un intervalo de confianza del 95% para la velocidad media de los automóviles que circulan por dicho tramo.

**Respuestas:** a)  $\bar{x}=74.71$   $s = 6.40$  b) (68.79, 80.63)

4- Una empresa de alquiler de coches está interesada en conocer el tiempo que sus vehículos permanecen en el taller de reparaciones. Una muestra aleatoria de nueve coches indicó que el pasado año el número de días que estos coches habían permanecido fuera de servicio era:

16	10	21	22	8	17	19	14	19
----	----	----	----	---	----	----	----	----

Especificando las hipótesis necesarias, calcular un intervalo de confianza del 90% para el número medio de días que la totalidad de los vehículos de la empresa se encuentran fuera de servicio.

**Respuesta:** (13.25, 19.19)

5- El peso, en gramos, de cierto equipo portátil de audio, es una variable aleatoria distribuida normalmente con desviación estándar 15 grs. Se toma una muestra aleatoria de 25 equipos, la que entrega un intervalo confidencial de  $(1 - \alpha)100\%$  de confianza para el verdadero peso medio de los equipos igual a [213.025 ; 226.975].

- a) ¿Cuál es el nivel de confianza?  
b) ¿Cuál es el valor de la estimación puntual de la media poblacional?  
c) Si se desea que el intervalo confidencial del 95% de confianza tenga una amplitud de 5 grs. ¿Cuál debería ser el tamaño muestral?

6- Una variable aleatoria  $X$  sigue una distribución  $N(\mu, \sigma)$  y queremos obtener información sobre  $\mu$ . Para ello, se toma una muestra aleatoria de  $n = 5$  y se obtiene una media muestral de 81 y una varianza muestral de 400.

- a) Calcula un intervalo de confianza para  $\mu$  con un nivel de confianza de 0.9.  
b) Supongamos que se calcula por otros medios que la varianza poblacional es también de 400. Realiza de nuevo el apartado anterior considerando esta nueva información.  
c) Con esta nueva información, que tamaño de muestra sería necesario para que la longitud del intervalo de estimación sea la mitad que el anterior.

Razonamiento Aproximado. Informática 2do. Elaborado por: MsC. Ramón Junior Almeida Bravo.

7- El gasto medio mensual por familias en electricidad de una ciudad se distribuye según una ley normal de media desconocida y varianza 25. Se ha seleccionado una muestra aleatoria y con una confianza del 95% se ha construido un intervalo para la media poblacional cuya amplitud es de 10 pesos.

- ¿Cuál ha sido el tamaño de la muestra seleccionada? ( $\text{Longitud Intervalo} = 2d$ )
- Determine el límite superior y el inferior del intervalo de confianza si la muestra tomada dió un gasto medio de 110 pesos.
- ¿Qué número de familias tendríamos que seleccionar al azar como mínimo para garantizarnos, con una confianza del 99%, una estimación de dicho gasto medio con un error máximo no superior a 5 pesos?

8- Para estimar el tiempo promedio que lleva ensamblar cierto componente de una computadora, el supervisor de una empresa electrónica tomó el tiempo que 40 técnicos tardaban en ejecutar la tarea, obteniendo una media de 12,73 minutos y una desviación estándar de 2,06 minutos.

- ¿Cuál sería el intervalo de confianza para la media al 99% de confiabilidad?
- Diga el tamaño de muestra necesario para con la misma confiabilidad disminuir el error anterior en un tercio?
- Calcule un intervalo de confianza para la varianza al 99%

9- Una entidad financiera ofrece un producto cuyos beneficios mensuales dependen de cierto tipo de interés. La entidad garantiza que el beneficio es una variable con distribución Normal, y que resultado de una muestra aleatoria simple de 81 meses, el beneficio mensual medio fue de 65 unidades monetarias y 3,8 la varianza del mismo. Para hacer más atractiva la inversión, la entidad quiere proporcionar a los clientes un intervalo para el riesgo del beneficio mensual (medido a través de la varianza del beneficio) con una confianza del 99%. Obtenga dicho intervalo.

10- En una muestra al azar de 500 controles remotos para aparatos de recreo domésticos, 7 fallaron durante el período de garantía de 90 días.

- Construya un intervalo de confianza al 95% para la proporción verdadera de fallas para un período de garantía.
- ¿Cuántos controles deben probarse para que con el mismo nivel de confianza el error en la estimación anterior disminuya en la mitad?

11- Un ingeniero desea estimar con un 90% de confianza y una precisión del 3% la proporción de artículos defectuosos que están saliendo de la línea de producción. ¿De qué tamaño deberá tomar la muestra si:

- no dispone de información alguna?
- conoce que la proporción de artículos defectuosos nunca ha sido mayor de 0.12?

**Respuestas:** a) 748 b) 316

12- Suponga que un estudio se diseña para reunir nuevos datos de fumadores y no fumadores, entre los 18 años o más. La mejor estimación preliminar de la proporción poblacional de quienes fuman en este tramo de edades es de 30%.

- ¿De qué tamaño debe tomarse la muestra para estimar la proporción de fumadores en la población con un margen de error de 0.02? Emplee un nivel de confianza 95%.
- Suponga que el estudio usa su recomendación de tamaño de muestra del inciso (a), y ve que hay 520 fumadores. ¿Cuál es la estimación puntual de la proporción de fumadores?
- ¿Cuál es el intervalo de confianza de 95% para la proporción poblacional de fumadores?

**Respuestas:** a. 2017 personas b. 0.2578 c. (0.2387, 0.2769)

- 13- Una corriente de agua recibe desechos sólidos de una nueva industria cercana. A pesar de que los desechos se tratan antes de ser arrojados al agua, no se tiene aún una medida del grado de contaminación que este vertimiento puede ocasionar. Por ello, se han realizado 25 mediciones de la DQO (demanda química de oxígeno) del agua, obteniéndose un valor medio de 18,4 mg/L, con una desviación típica de 2 mg/L. Suponiendo que la variable en estudio sigue una distribución normal, estime el intervalo de la DQO media de la corriente con un nivel de confianza del 90%.
- 14- Se conoce que el peso de un embalaje es una variable aleatoria normalmente distribuida con desviación típica 2 kg.
- Determine en qué intervalo se encuentra el peso medio de los embalajes con un nivel de confianza del 95%.
  - ¿Qué le ocurrirá al tamaño de la muestra, si se quiere aumentar la confiabilidad, permaneciendo constante el ancho del intervalo? Justifique numéricamente.
  - Entre que dos límites se encuentra el peso del 99% de los embalajes para un nivel de confianza del 90%.
- 15- En un taller una pieza clave de un equipo sufre un desgaste excesivo, lo cual ocasiona que sea necesario reponerla con frecuencia, con el consiguiente costo económico. Un miembro de la ANIR en el centro propone entonces una nueva forma de operación del equipo que supone disminuirá este desgaste. Se prueba dicho método en 12 operaciones, obteniéndose los siguientes valores de desgaste en mm:
- 0,1   0,2   0,14   0,21   0,16   0,3   0,06   0,15   0,11   0,14   0,19   0,1
- Halle el intervalo de confianza para el valor medio del desgaste con nivel de confianza del 95% si se sabe que la variable se distribuye normalmente.
  - Si se desea disminuir la longitud del intervalo a la mitad de su valor, manteniendo constante la confiabilidad, ¿qué ocurrirá con el tamaño de la muestra? Justifique numéricamente. Asuma  $S = \sigma$ .
  - Estime un intervalo de confianza del 95% para la desviación típica.
- 16- Se quiere hacer una estimación por intervalos para la desviación típica de una distribución normal. Para ello se decide tomar una muestra de 10 observaciones, al tomar la muestra aleatoria simple correspondiente se obtuvo una media igual a 40 y una varianza de 4. Estime el intervalo con una confianza del 90%. Interprete el resultado.
- 17- El diámetro interior de las arandelas producidas por un taller, es una variable aleatoria normal. Para su estudio se ha tomado una muestra aleatoria simple de 15 arandelas, obteniéndose un valor medio de 10.5 mm, con una desviación típica de 1 mm. Calcule el intervalo de confianza para la varianza de las dimensiones con un coeficiente de confianza del 99%.
- 18- Se quiere probar el impacto de una marca de cigarros en la población y para ello se encuestó una muestra del consejo popular Matanzas Oeste tomando en consideración las edades entre 30 y 50 años, los resultados fueron: de 80 personas encuestadas 30 votaron a favor de la marca. Obtenga entonces un IC que contenga la proporción de individuos que votaron a favor con un 95 % de confiabilidad.

- 19- Un taller que construye piezas mecánicas tiene normado en cuanto a una de ellas en particular que su longitud debe estar entre 91 y 92 mm ya que de no ser así se considera la pieza defectuosa. Periódicamente este fabricante evalúa la calidad de las piezas y para ello necesita que la variabilidad de la longitud de las piezas esté en un intervalo de  $(0.3, 0.7) \text{ mm}^2$ , además de estimar la proporción o porcentaje de piezas defectuosas del tipo mencionado. Suponga que de una masiva producción de un día se toman aleatoriamente 50 piezas midiendo la longitud de las mismas, de las cuales solo 20 de ellas no se encontraban entre los límites deseados. Procesando la muestra en el Software Minitab se obtuvieron los siguientes resultados:

**Descriptive Statistics: Longitud de cierta pieza**

Variable	Mean	StDev	Variance
Longitud de cierta pieza	91,442	0,475	0,226

- Estime puntualmente la varianza para este estudio.
- Obtenga un IC para la varianza con un nivel de confianza igual a 90%. Interprete el resultado.
- Diga su criterio si el intervalo obtenido en el inciso anterior cumple con lo establecido en las normas de calidad.
- Estime con un nivel de confianza igual a 95% el porcentaje de piezas defectuosas del tipo mencionado.