

Guía Tema III

Dótimas paramétricas para la media, varianza y proporción.

- 1- Un estudio realizado a 28 familias de la ciudad de Matanzas mostró que el gasto promedio familiar en determinados productos durante el mes era de \$958 con una desviación típica de \$145. Se quiere investigar si el verdadero valor del gasto promedio familiar de esos productos en el mes fue superior a \$900, utilizando un nivel de significación de 0,05. Se conoce que la variable en estudio se distribuye normalmente.
- 2- Se planteaba que la duración promedio de un determinado tipo de plástico utilizado en el turismo era de 20 meses pero al realizar investigaciones posteriores se ha detectado que la misma ha disminuido. Para verificar la hipótesis anterior se ha seleccionado una muestra de 64 escobas plásticas, utilizadas en la limpieza de los hoteles 5 estrellas de Varadero, mediante el m.a.s. resultando que duraron como promedio 15 meses. Se conoce que la variable aleatoria en estudio se distribuye normalmente con una desviación típica igual a 4 meses.
 - a) Tome una decisión y utilice un nivel de significación de 0,05.
 - b) Sobre la base de la decisión tomada, ¿cuál de los dos errores pudo haberse cometido y con qué probabilidad teórica?
- 3- Se ha comprobado que el tiempo de espera, en minutos, hasta ser atendido en urgencias sigue un modelo normal de probabilidad. A partir de una muestra de 100 personas que fueron atendidas en dicho servicio, se ha calculado un tiempo medio de 14,25 minutos y una desviación típica de 2,5 minutos. ¿Podríamos afirmar, al 5%, que el tiempo medio de espera es de 15 minutos? ¿Qué se puede concluir al 1%?
- 4- El propietario de una pizzería sospecha que su repartidor está utilizando la moto de reparto para su uso propio. Sabe, por experiencias anteriores, que el recorrido diario de la moto sigue una distribución normal de media 14 kilómetros y desviación típica 2 kilómetros. Decide comprobar sus sospechas, para ello contabiliza los kilómetros recorridos por la moto durante 10 días y obtiene.
14,5 17 16 15 12,5 19 13 16,5 15,5 17
 - a- Con una confianza del 99%, ¿debe despedir al repartidor?
 Realice el ejercicio con desviación típica desconocida.
- 5- Los siguientes datos corresponden a los gastos en materia prima (miles de dólares) de 10 talleres de una gran empresa en el año.
8,4 9,1 9,3 10,6 11 9,8 12,3 9,42 11,2 12,3
 - a) Determine con $\alpha = 0,05$ si el gasto medio supera los 10 500 pesos. Suponga normalidad en la variable en estudio. Con un software se obtuvo lo siguiente:

One-Sample T: C1

Test of $\mu_o = 10,5$ vs $> 10,5$

99% Lower

Variable	N	Mean	StDev	Bound	T	P
C1	10	10,342	1,352	9,136	-0,37	0,640

6- Los siguientes datos fueron obtenidos aleatoriamente mediante un MAS. Los datos muestran las ventas (miles \$) diarias de cierto artículo de primera necesidad en 15 puntos de ventas.

99	102.3	99.8	100.5	99.7
96.2	99.1	102.5	103.3	97.4
100.4	98.9	98.3	98	101.6

Conociendo que la variable tiene una distribución normal con desviación típica igual a \$ 3000, pruebe con un nivel de significación del 1% que las ventas medias están por debajo de los \$98000.

7- En cierto restaurante se afirma que una vez dentro del restaurante el tiempo medio de permanencia de sus clientes es inferior a 90 minutos. Si una muestra de 40 clientes mostró una permanencia media de 83 minutos con una desviación de 10 minutos. ¿Avalan los datos lo afirmado a un nivel de significación de 0,01? ¿Al tomar su decisión qué error pudiera cometerse?

8- El encargado de personal de una joyería sospecha que el peso de los torques de oro que fabrica un determinado trabajador fluctúa más de lo aconsejable, que corresponde a una desviación típica de 0,9 gramos. Para contrastar sus sospechas, observa 10 días elegidos al azar a dicho trabajador, obteniendo los siguientes pesos:

10,1	9,4	8,2	11,5	10,2	9,8	11,1	10,4	9,8	10,2
------	-----	-----	------	------	-----	------	------	-----	------

¿Tiene apoyo la sospecha del encargado con un nivel de significación de 0,05? Asuma normalidad en la variable. (Desviación típica 0,903143)

9- Los siguientes datos corresponden a los gastos en materia prima (miles de pesos) de 10 talleres de una gran empresa en el año.

8,4	9,1	9,3	10,6	11	9,8	12,3	9,42	11,2	12,3.
-----	-----	-----	------	----	-----	------	------	------	-------

Si se cree que la desviación típica del gasto no debe sobrepasar 1,1 miles de pesos, ¿se está cumpliendo la norma? Emplee un nivel de significación igual a 0,01. Asuma normalidad en la variable.

10- En una industria productora de fertilizante se producen sacos con 25 Kg del producto. Para controlar que la maquina encargada de llenar los sacos funcione correctamente y por tanto, la variabilidad del peso se encuentre según lo programado, diariamente se toma una muestra de 11 sacos, obteniendo esta vez $S^2 = 2,048 \text{ Kg}^2$. Se ha planificado que la varianza del peso de los sacos, que llena esta máquina, debe ser, a lo sumo, de 1 Kg^2 , de lo contrario, la máquina se manda a ajustar. Determine para $\alpha = 0,05$ si es necesario realizar tal ajuste. Asuma normalidad en la variable. Sobre la base de la decisión tomada, ¿Qué error pudo haberse cometido?

11- Al encuestar a 100 trabajadores sobre un nuevo sistema de estimulación 56 se manifestaron a favor de este. ¿Puede afirmarse con $\alpha = 0,05$ que la mayoría de los trabajadores considera adecuado el nuevo sistema?

12- Una empresa ha decidido cambiar el cableado de su red interna. El jefe del departamento de informática de dicha empresa debe decidir qué tipo de cable utilizar. Para ello está establecido que la proporción de fallas en la transmisión de la información por los cables a utilizar debe ser significativamente menor que 0,02. Una compañía le ofrece cables a buen precio indicando que ellos cumplen con sus requerimientos. Para tomar una decisión, decide llevar a cabo un experimento en el que realiza 1000 transmisiones con ese tipo de cable, de las cuales 10 son erróneas. Si se fija un nivel de significación de 0.05, ¿Qué decisión debería tomar el jefe del departamento de informática, en base a los datos de que dispone?

13- Se ha planteado que la calidad de una empresa en la fabricación de ciertas piezas tiene serios problemas. Para comprobar la certeza del planteamiento, se han tomado al azar 1600 piezas y después de analizadas, se llega a la conclusión de que el 15% de ellas están defectuosas. La empresa expresó en su contrato como suministrador, que producía con un 5% de piezas defectuosas como máximo. ¿Se podrá aceptar con un nivel de significación de 0,05 que este planteamiento es cierto?

14- Se ha alegado que el 30% de todos los estudiantes que matriculan en las universidades dejan sus estudios durante el primer año, o inmediatamente después. Pruebe esta pretensión contra la alternativa de que el porcentaje es mayor, si una muestra aleatoria de 300 estudiantes que entraron en la universidad en el último año, contiene 112 que dejaron sus estudios durante el primer año, o enseguida después. Utilice un nivel de significación de 0,05.

Décimas no paramétricas.

1- El Instituto Cubano de la Industria Cinematográfica desea verificar si es cierto el planteamiento de que la estructura histórica de asistencia a películas deportivas ha sido la siguiente:

Menores de 15 años	13%
Entre 15 y 25 años	52%
Entre 25 y 35 años	20%
Mayores de 35 años	15%

Para ello analiza una muestra de 1000 personas obteniéndose la siguiente composición:

Menores de 15 años	140
Entre 15 y 25 años	500
Entre 25 y 35 años	210
Mayores de 35 años	150

Pruebe para $\alpha=0,05$ si se cumple el planteamiento anterior.

Respuesta:

a) Hipótesis

$H_0: O_i = E_i$

$H_1: O_i \neq E_i$

b) Estadígrafo:

Categoría	O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2 / E_i$
Menores de 15 años	140	130	0.77
Entre 15 y 25 años	500	520	0.77
Entre 25 y 35 años	210	200	0.5
Mayores de 35 años	150	150	0
Total	1000		2.04

c) RC.

$$\chi^2 > \chi^2_{1-\alpha; k-r-1} = \chi^2_{1-0,05; 4-1} = \chi^2_{0,95; 3} = 7.81$$

Al parecer la estructura histórica se mantiene.

2- Al tirar 120 veces un dado se han obtenido los resultados siguientes:

N. de puntos.	1	2	3	4	5	6
O _i	25	17	15	23	24	16

- Contrastar la hipótesis de que el dado está equilibrado ($\alpha=0.05$).

Respuesta:

a) Hipótesis

H₀: O_i = E_i

H₁: O_i ≠ E_i

b) Estadígrafo:

N. de Puntos	O _i	E _i	(O _i -E _i) ² /E _i
1	25	20	1.25
2	17	20	0.45
3	15	20	1.25
4	23	20	0.45
5	24	20	0.8
6	16	20	0.8
Total	120	120	5

c) RC.

$$\chi^2 > \chi^2_{1-\alpha; k-r-1} = \chi^2_{1-0.05; 6-1} = \chi^2_{0.95; 5} = 11.07$$

Al parecer el dado está equilibrado.

3- En una encuesta entre estudiantes sobre su creencia en el triunfo de cierto proyecto universitario se encontraron los datos siguientes:

- a) Diga si podemos considerar homogéneas las creencias con respecto a las especialidades. ($\alpha=0.05$).

Solución:

a) Hipótesis:

H₀: Las creencias con respecto a las especialidades son homogéneas.

H₁: Las creencias con respecto a las especialidades no son homogéneas.

b) Estadígrafo: Pondremos los valores esperados entre comillas.

	Creer Totalmente	A medias	En absoluto	Total
Ingenierías	30 (30.48)	50 (60)	20 (9.52)	100
Económicas	50 (51.8)	109 (102)	11 (16.2)	170
Humanidades	48 (45.7)	93 (90)	9 (14.29)	150
Total	128	252	40	420

$$\chi^2 = \frac{(30-30.48)^2}{30.48} + \frac{(50-60)^2}{60} + \frac{(20-9.52)^2}{9.52} + \frac{(50-51.8)^2}{51.8} + \frac{(109-102)^2}{102} + \frac{(11-16.2)^2}{16.2} + \frac{(48-45.7)^2}{45.7} + \frac{(93-90)^2}{90} + \frac{(9-14.29)^2}{14.29}$$

$$\chi^2 = 0.008 + 1.67 + 11.54 + 0.06 + 0.48 + 1.67 + 0.116 + 0.1 + 1.96 = 17.6$$

c) Región Crítica.

$$\chi^2 > \chi^2_{1-\alpha; (k-1)(r-1)} = \chi^2_{0.95; 4} = 9.488$$

Aquí podemos ver que el estadígrafo cae en la R.C. por lo que se rechaza H_0 lo cual implica que no consideramos a las variables independientes y a ese nivel de significación creemos que las creencias y la especialidad tienen relación.

4- En un centro de trabajo se plantea que el ausentismo está relacionado con el sexo.

En base a los datos muestrales de la siguiente tabla, verifique la hipótesis anterior, mediante una prueba χ^2 , para un nivel de significación del 5%.

Solución:

a) Hipótesis:

H_0 : El ausentismo no está relacionado con el sexo.

H_1 : El ausentismo está relacionado con el sexo.

b) Estadígrafo: Pondremos los valores esperados entre comillas.

	F	M	Total
1 ausencia	12 (19.9)	32 (24.1)	44
Entre 2 y 3	22 (16.3)	14 (19.7)	36
Más de 3 ausencias	9 (6.8)	6 (8.2)	15
Total	43	52	95

$$\chi^2 = \frac{(12-19.9)^2}{19.9} + \frac{(32-24.1)^2}{24.1} + \frac{(22-16.3)^2}{16.3} + \frac{(14-19.7)^2}{19.7} + \frac{(9-6.8)^2}{6.8} + \frac{(6-8.2)^2}{8.2}$$

$$\chi^2 = 3.14 + 2.59 + 1.99 + 1.65 + 0.71 + 0.59 = 10.67$$

c) Región Crítica.

$$\chi^2 > \chi^2_{1-\alpha; (k-1)(r-1)} = \chi^2_{0.95; 2} = 5.99$$

Aquí podemos ver que el estadígrafo cae en la R.C. por lo que se rechaza H_0 lo cual implica que no consideramos a las variables independientes y a ese nivel de significación creemos que el ausentismo y el sexo tienen relación.

Intervalo.	Frecuencia
T<80	4
80-90	10
90-100	29

Razonamiento Aproximado. Informática 2do. Elaborado por: MsC. Ramón Junior Almeida Bravo.

5- Se expresan en el siguiente cuadro, agrupados en intervalos, la duración de las películas de cine proyectadas en la habana en cierto año.

- ¿Puede aceptarse que los datos provienen de una distribución normal?

100-110	31
110-120	18
120-130	12
130-140	7
$T \geq 140$	6

Respuesta:

Se deben calcular las probabilidades asociadas a cada uno de los intervalos y después realizar el cálculo del estadígrafo.

6- Una empresa grande está interesada en determinar si existe una asociación entre el tiempo de traslado de sus empleados y el nivel de problemas relacionados con estrés que se observa en el trabajo. Un estudio de 116 trabajadores de la línea de ensamble revela lo siguiente:

Tiempo de traslado	Estrés			TOTAL
	Elevado	Moderado	Bajo	
Menos de 15 min.	9	8	18	32
De 15 a 45 min.	17	8	28	53
Más de 45 min.	18	6	7	31
TOTAL	44	19	53	116

Plantee, resuelva e interprete la hipótesis respectiva para establecer si existen indicios de una relación significativa entre el tiempo de traslado y el estrés, utilizando un nivel de significancia $\alpha=0,05$ y escogiendo para la comparación el valor teórico de la tabla adecuado entre los colocados en los anexos que le aplica a esta prueba de hipótesis.

7- Para conocer la opinión de los clientes sobre ciertos cambios realizados en el restaurante, se realiza una encuesta a 199 clientes nacionales y a 205 clientes foráneos, cuyos resultados se recogen en la siguiente tabla:

Contraste a un nivel de significación del 5% la afirmación de que ambas variables son independientes.

	Desacuerdo	De acuerdo	No contestan
Nacionales	78	84	37
Foráneos	62	118	25