

RESISTENCIA DE MATERIALES I

CONFERENCIA 1

Tema I-Introducción

- 1.1** Breve reseña histórica
- 1.2** Objetivos de la Resistencia de Materiales
- 1.3** Sistema real y esquema de análisis
- 1.4** Clasificación de las fuerzas
- 1.5** Concepto de tensión o esfuerzo. Condición de Resistencia
- 1.6** Desplazamiento. Condición de Rigidez
- 1.7** Conclusiones.

Objetivos:

- Dar a conocer el objetivo fundamental de la Resistencia de Materiales.
- Clasificar las fuerzas internas e interpretar el sentido físico de las mismas.
- Definir y clasificar el esfuerzo.
- Expresar las condiciones de resistencia y rigidez.

1.1 Breve reseña histórica

Los orígenes de la ciencia de la resistencia de materiales datan de los siglos XVI, XVII y XVIII, cuando científicos como Galileo Galilei (1564-1642), Edmundo Mariotte (1620?-1684), Robert Hooke (1635-1703), Jacobo Bernoulli (1654-1705), Juan Bernoulli (1667-1748), Daniel Bernoulli (1700-1782), Leonardo Euler (1707-1783), Carlos Augusto de Coulomb (1736-1806) y otros llegaron a elaborar la teoría de la flexión de las barras delgadas elásticas.

Galileo efectuó cálculos sobre la flexión en vigas de sección rectangular empotradas en un extremo, considerando el borde inferior de la viga como eje de giro y las tensiones uniformemente distribuidas en su sección transversal. Mariotte descubrió que aparecen tensiones de tracción y compresión en la sección transversal de la viga flexionada. Leibniz (1646-1716) al igual que Galileo supuso el borde inferior de la viga como eje de giro, pero evaluó las tensiones de forma creciente y linealmente a partir del eje de giro. Jacobo Bernoulli introdujo la hipótesis de que las secciones transversales se mantienen planas después de la deformación a partir trabajos experimentales. Antonio Parent (1666-1716) planteó que la suma de las fuerzas de tracción era igual a la suma de las fuerzas de compresión en la sección transversal de una viga flexionada, determinando de esa forma la correcta distribución de las tensiones en la mencionada viga. Coulomb formuló, independiente de Parent, la correcta distribución de las tensiones en la viga

flexionada. La ley de la dependencia lineal entre la tensión y deformación en una barra traccionada fue descubierta por Hooke en 1660 y en 1807 Tomás Young (1773-1829) la expresó matemáticamente, introduciendo el módulo de elasticidad o como se le conoció posteriormente por módulo de Young. El problema de la estabilidad de las barras esbeltas sometidas a compresión axial fue resuelto por Euler en 1744, además de introducir el concepto de momento de inercia. La ecuación de la curva elástica de una viga fue obtenida por Jacobo y Daniel Bernoulli, en tanto los problemas de flexión y torsión fueron estudiados por Coulomb, quien introdujo la noción de tensión tangencial y formuló la hipótesis del cambio de forma debido a las tensiones tangenciales.

A principios del siglo XIX Luis Conde de Lagrange (1736-1813) y Sofia Germain dieron una solución al problema de la flexión y de las oscilaciones en las placas elásticas delgadas.

En 1825 el ingeniero y científico francés Luis Navier (1785-1836) publicó "Curso de conferencias sobre resistencia de materiales" basado en los datos experimentales y teorías aproximadas existentes hasta el momento. En ocasiones se le atribuye a Navier la solución del problema de la flexión en barras rectas, así como la hipótesis de la permanencia plana de las secciones transversales.

El establecimiento de los principios que rigen la teoría de elasticidad corresponde a los matemáticos y mecánicos franceses Agustín Luis Cauchy (1789-1857), autor de los conceptos de tensión, tensión principal, equilibrio del elemento diferencial, etc., Navier y Simeon Denis Poisson (1781-1840).

Posteriormente surgieron continuadores tan destacados como los científicos M. V. Ostrogradsky (1801-1861), fundador de las escuelas de mecánica teórica de Moscú y San Petersburgo, Barre de Saint Venant (1797-1886), por sus importantes trabajos sobre la flexión y la torsión, Benoit Pierre Emil Clapeyron (1799-1864) realizó destacados aportes en relación con la energía de deformación, Enrique Hertz (1857-1894), dio solución a la determinación de las tensiones de contacto, D. I. Shuravskii (1847-1921), dedujo la fórmula que permite determinar las tensiones tangenciales en vigas sometidas a flexión transversal, Ludwig Tetmayer Von Przerwa (1850-1905) y Jasinsky (1856-1899), ambos abordaron la pérdida de estabilidad y formularon expresiones para el cálculo de estabilidad en barras esbeltas, M. Golovin, en 1881 dio solución exacta al cálculo de vigas curvas, aunque en ya en 1858 E. Winkler había desarrollado una solución aproximada. También realizaron aportes significativos científicos tales como: August Wöhler (1819-1914), James Clerk Maxwell (1831-1879), A. Föppl, Maximilian Titus Huber (1872-1950), Richard Edler Von Mises (1883-1953), Heinrich Hencky (1885-1951), A. Nadai, S. Timoshenko.

Notable impulso al desarrollo de la resistencia de los materiales han brindado científicos de la extinta Unión Soviética, tales como Krylov, en el estudio de las vigas sobre apoyos móviles, Galerkin, en el estudio de las placas delgadas, Musjelisvili, en la aplicación de las funciones de variable compleja a la teoría de la elasticidad, Vlasov, en el estudio de los perfiles de paredes delgadas, Serensen, en la resistencia a la fatiga, Iliushin y Sokolovsky, en la teoría de la plasticidad, entre otros.

1.2 Objetivos de la Resistencia de Materiales

Todos los sólidos, en una u otra medida, tienen las propiedades de resistencia y rigidez, o sea, que dentro de ciertos límites son capaces, sin romperse y sin sufrir grandes variaciones de sus dimensiones geométricas, de resistir determinadas cargas.

La Resistencia de Materiales elabora métodos simples de cálculo, aceptables desde el punto de vista práctico, de los elementos típicos mas frecuentes de las máquinas y las estructuras. Para ello se emplean diferentes procedimientos aproximados. La necesidad de obtener resultados concretos y numéricos obliga, en algunos casos, a recurrir a hipótesis simplificadas que deben ser justificadas comparando los resultados del cálculo con los de ensayos experimentales.

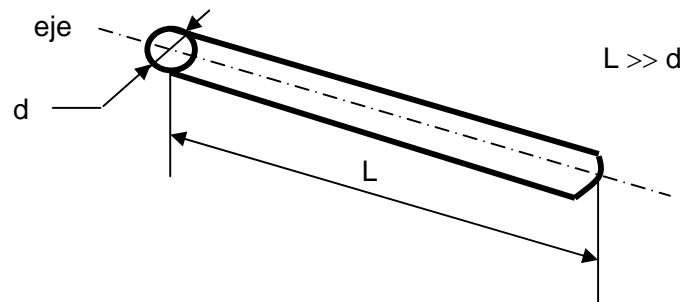
El problema esencial de la resistencia de Materiales consiste en la correcta interpretación al juzgar sobre la capacidad de trabajo y la utilización práctica de elementos de máquinas y estructurales, señalando como criterios para lograr este objetivo la resistencia, la rigidez y la estabilidad

El **objetivo** fundamental de la Resistencia de Materiales es:

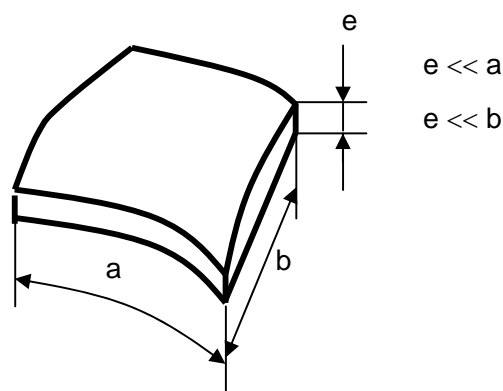
Comprobar y diseñar en base a las condiciones de resistencia, rigidez y estabilidad sistemas con configuraciones típicas sometidos a regímenes de cargas estáticos y dinámicos.

De hecho el **objeto de estudio** son los sistemas conformados por sólidos o elementos que presentan **configuraciones típicas**, entendiéndose por configuraciones típicas la **barra** y la **bóveda**.

La barra se caracteriza por ser un elemento donde una de sus dimensiones es mucho mayor que las dos restantes



En tanto la bóveda es el elemento donde una de sus dimensiones (el espesor) es mucho menor que las dos restantes.



Comprobar es la acción mediante la cual se evalúa la resistencia, rigidez y estabilidad del sistema, en tanto que **diseñar** es la acción de dimensionar el sistema para que cumpla con la resistencia, rigidez y estabilidad deseadas.

La **condición a resistencia** se evalúa comparando la magnitud del esfuerzo máximo que actúa en el sistema con el esfuerzo admisible o deseado.

La **condición a rigidez** se evalúa comparando la magnitud del desplazamiento o deformación lineal o angular con el desplazamiento o deformación lineal o angular admisible o deseado.

La **condición a estabilidad** se evalúa comparando la magnitud de la carga aplicada con la carga crítica, siendo esta última la carga menor a partir de la cual el sistema resulta inestable.

Los métodos de la Resistencia de Materiales no permanecen inalterables sino que varían al surgir problemas y nuevas exigencias de la práctica. Al realizar los cálculos, los métodos de la resistencia de Materiales se deben emplear de manera creadora y tener en cuenta que el éxito del cálculo práctico radica no tanto en el empleo de un aparato

matemático complicado como en la capacidad de penetrar en el fenómeno, de encontrar la hipótesis más apropiadas y de llevar el cálculo a resultados numéricos definitivos.

Todos los aspectos abordados deben servir para lograr una adecuada comprensión del objetivo que persigue la Resistencia de Materiales.

1.3 Sistema real y esquema de análisis

En la Resistencia de Materiales como en cualquier otra rama de las ciencias naturales el estudio de la resistencia del objeto o SISTEMA REAL comienza por escoger un ESQUEMA DE CÁLCULO. Al comenzar el cálculo se debe, ante todo, separar lo importante de lo que carece de importancia, es decir, se debe esquematizar la realidad prescindiendo de todos aquellos factores que no influyen seriamente en el comportamiento del sistema como tal.

El cuerpo real, libre de todo lo que carece de importancia desde el punto de vista del cálculo que se desea realizar, se denomina ESQUEMA DE ANÁLISIS. Un mismo sistema real puede tener varios esquemas de análisis según la exactitud que se exija del cálculo y según el aspecto o fenómeno que interese en el caso concreto que se analiza.

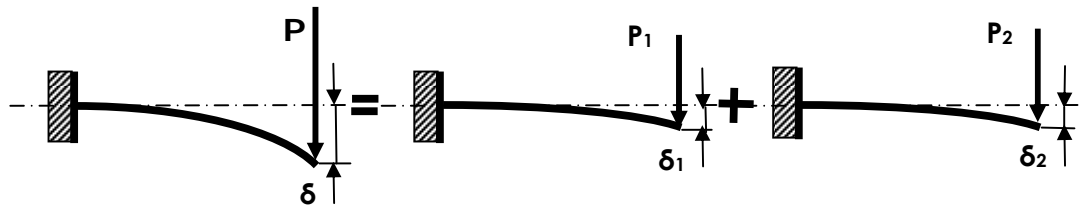
La complejidad en el estudio del comportamiento del sólido deformable, a través de la Teoría de la Elasticidad, ha motivado que para determinar las tensiones y deformaciones en los cuerpos, dentro del campo de la ingeniería, se recurra a un conjunto de hipótesis simplificadoras, las que han demostrado en la práctica su validez, dando origen a la conocida disciplina de Resistencia de Materiales.

Entre las simplificaciones que se hacen a los cuerpos aparecen las siguientes.

1. Forma de los elementos: Por complicada que sea la configuración de los elementos esta puede reducirse a:
 - BARRA: Es un cuerpo con dos dimensiones muy pequeñas en comparación con la tercera (longitud), ya visto anteriormente. La barra puede tener una sección transversal variable o constante y recta o curva. generalmente la barra se obtiene moviendo una figura plana a lo largo de una curva, denominada eje de la barra, mientras que la figura plana, que tiene su centro de gravedad sobre el eje, se denomina sección transversal.
 - BOVEDA: Es un cuerpo que tiene una dimensión (espesor) muy pequeña en comparación con las otras dos, ya visto anteriormente. Está limitada por dos superficies curvas. A este esquema corresponden elementos estructurales tales como paredes de recipientes, cúpulas de edificios y otros. Existe en esta simplificación el caso particular en que las superficies que limitan a la bóveda sean planas, siendo este el caso de las placas.
 - BLOQUE: Tipo de elemento en que sus tres dimensiones son del mismo orden, que no será estudiado en este curso de Resistencia de Materiales.

2. Propiedades de los materiales, las cargas y el carácter de su interacción con las piezas:

- **HOMOGENEIDAD:** Los materiales poseen las mismas propiedades en todos los puntos. Aunque no siempre es estrictamente válido, la práctica demuestra que es aceptable para la mayoría de los materiales.
- **ISOTROPÍA:** Los materiales poseen las mismas propiedades para todos los puntos en cualquier dirección, en caso contrario el material se denomina anisótropo.
- **CONTINUIDAD:** Ocupan todo el volumen que a ellos se atribuye, permitiendo esto la aplicación de los conceptos del cálculo matemático de las funciones continuas y atribuirle a un elemento diferencial las mismas propiedades que posee el cuerpo en su totalidad.
- Las fuerzas interiores originales que preceden a las cargas son nulas (nulidad de las tensiones residuales). En realidad existen fuerzas moleculares. En el acero existen fuerzas interiores debido al enfriamiento no homogéneo, en la madera por el secado no uniforme y en el hormigón por le fraguado. Generalmente no se conoce la magnitud de estas fuerzas y solo cuando se consideren necesarias para el cálculo, por las magnitudes que puedan alcanzar, se buscan métodos, que pueden ser experimentales, que permiten su determinación.
- **Elasticidad ideal:** Los materiales recuperan sus formas y dimensiones iniciales una vez que cesan las causas que producen estas deformaciones.
- Las deformaciones son inconmensurablemente pequeñas en comparación con las dimensiones de los cuerpos.
- La invariabilidad de las dimensiones originales de los cuerpos: Como se sabe cuando se desea aplicar una fuerza sobre un cuerpo se va pasando por etapas sucesivas en las cuales se incrementa la magnitud de la fuerza hasta alcanzar el valor deseado y simultáneamente se va pasando por etapas sucesivas donde las dimensiones de la pieza van variando, sin embargo durante esas etapas sucesivas las variaciones que sufren las dimensiones de la pieza comparadas con las dimensiones originales son tan pequeñas que se pueden despreciar, siempre que nos encontremos dentro del período elástico es por ello que se considera que las dimensiones originales de la pieza no varían
- **Principio de superposición:** El efecto de un sistema de fuerzas aplicadas a un cuerpo es igual a la suma de los efectos de las acciones de las fuerzas del sistema, aplicadas en sucesión y en cualquier orden (se establecen algunas limitaciones para el cumplimiento de esta hipótesis).



Dentro del período elástico si $P = P_1 + P_2$, se cumple que $\delta = \delta_1 + \delta_2$, siempre que P sea una función lineal de δ

- Hipótesis de Bernoulli (secciones planas): Las secciones planas y perpendiculares al eje antes de la deformación, permanecerán planas y perpendiculares al eje después de la deformación.
- Principio de Saint Venant: El carácter de la distribución de las fuerzas en una sección transversal, situada lo suficientemente lejos de los lugares de aplicación de las cargas, depende muy poco del modo de aplicación de las mismas.

A partir del cumplimiento de estas hipótesis, introduciendo las **"configuraciones típicas"** a los cuerpos estudiados y simplificando el sistema de cargas actuantes es que se modela la realidad, transformando el sistema real en el esquema de análisis o **modelo**.

Para cumplimentar el objetivo de la Resistencia de Materiales resulta imprescindible identificar el o los puntos más peligrosos del sistema para aplicando en ellos las condiciones de resistencia, rigidez y estabilidad poder comprobar y diseñar. Sin embargo, para definir el punto más peligroso es necesario comenzar por determinar la sección más cargada y la más peligrosa lo que requiere de un adecuado dominio de los conceptos de fuerzas externas e internas.

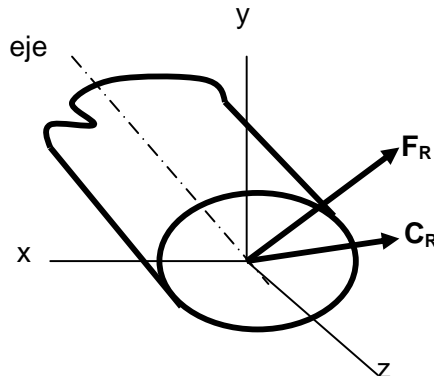
1.4 Clasificación de las fuerzas

Las fuerzas miden la acción de los cuerpos entre sí. Si el cuerpo estudiado se considera aislado de los cuerpos que lo rodean, la acción de estos últimos sobre el mismo se sustituye por fuerzas.

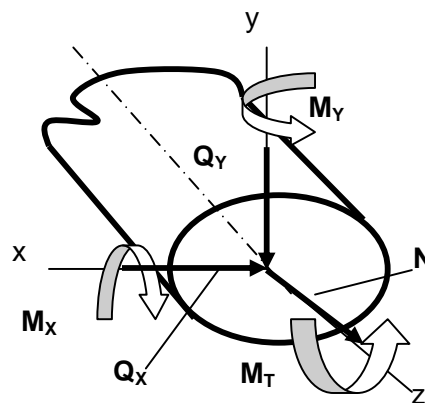
Se entiende por **fuerzas externas**, tal y como se sabe de la Mecánica Teórica, a aquellas que actúan externas al cuerpo libre del sistema para mantener el equilibrio del mismo, sin embargo las **fuerzas internas** son las que actúan en el **corte imaginario** de un cuerpo que garantiza su equilibrio.

Se comenzará por clasificar las fuerzas internas, para lo cual es necesario precisar las características del sistema de referencia empleado, éste se caracteriza por ser un

sistema de ejes rectangulares, centroidales y principales, donde el eje "z" resulta tangente al eje de la pieza, como se muestra a continuación en un sólido en equilibrio.



Al descomponer las fuerzas internas resultantes (F_R y C_R) en el sistema de referencia, considerando en lugar de los vectores momentos componentes los correspondientes giros en cada eje, se tendrá:



Donde cada una de las fuerzas internas reciben la denominación por el efecto que provocan sobre la pieza:

N: Fuerza normal o axial de tracción o compresión.

Q_x , Q_y : Fuerza cortante en la dirección del eje x o del eje y.

M_x , M_y : Momento flector respecto al eje x o al eje y.

M_T : Momento torsor.

Cada una de dichas fuerzas o momentos cuando actúan por separado en la sección provocan los estados de **TRACCIÓN**, **COMPRESIÓN**, **CORTANTE**, **FLEXIÓN** y **TORSIÓN**, respectivamente.

1.5 Concepto de tensión o esfuerzo. Condición de Resistencia.

Para caracterizar la ley de distribución de las fuerzas internas en la sección transversal que se estudia, es necesario introducir un concepto de medida de su intensidad, esta medida se llama tensión o esfuerzo.

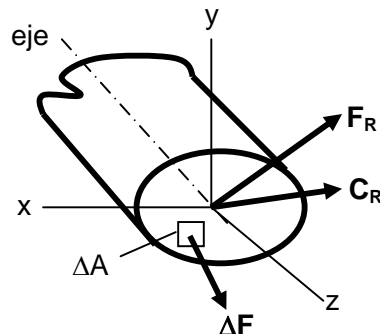
Esfuerzo: es la acción que se ejerce entre los puntos de un cuerpo, se representa, para una orientación dada, mediante un vector que caracteriza la magnitud, dirección y sentido de la acción. Se clasifican en:

- Esfuerzo normal: es el esfuerzo cuando su dirección es normal a la sección transversal imaginaria y por tanto es tangente al eje de la pieza en el punto estudiado.
- Esfuerzo tangencial: es el esfuerzo cuando su dirección está contenida en la sección transversal imaginaria o sea es normal al eje de la pieza en el punto estudiado.

Antes de abordar la condición de resistencia es necesario abordar el estudio del esfuerzo.

Se define el **esfuerzo promedio** p_m como la relación incremento de fuerza ΔF entre el incremento de área ΔA , es decir:

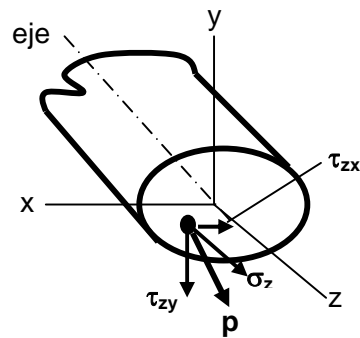
$$p_m = \frac{\Delta F}{\Delta A}$$



De forma tal que en el límite, el esfuerzo p en el punto será:

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} p_m = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA}$$

Este esfuerzo p en el punto puede descomponerse en las tres direcciones del sistema de referencia, dando origen al **esfuerzo normal** σ_z , perpendicular a la sección o corte imaginario transversal, y a los **esfuerzos tangenciales** a la sección transversal τ_{zx} y τ_{zy} .



Pudiendo establecer ahora que la **condición de resistencia** se expresa de la forma:

$\sigma_{\text{máx}} \leq [\sigma]$ cuando en el punto más peligroso sólo actúa esfuerzo normal.

$\tau_{\text{máx}} \leq [\tau]$ cuando en el punto más peligroso sólo actúa esfuerzo tangencial.

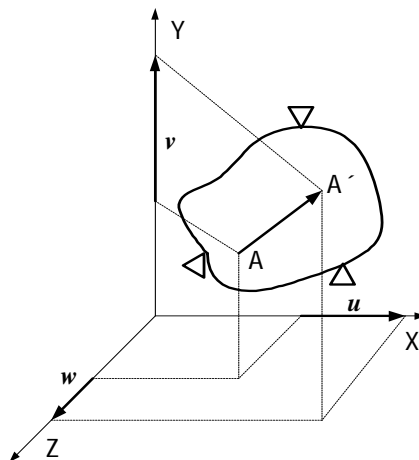
$\sigma_{\text{eq}} \leq [\sigma]$ cuando en el punto más peligroso actúan esfuerzos normales y tangenciales.

Donde:

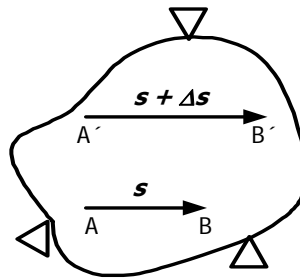
$[\sigma]$ y $[\tau]$ son los esfuerzos admisibles o permisibles que dependen del comportamiento del material.

1.6 Desplazamiento. Condición de Rigidez

Todos los materiales bajo la acción de un sistema de cargas externas se deforman dentro de ciertos límites. La figura muestra el punto A de una pieza antes de la deformación y A' después de la deformación, el vector que une estos dos puntos se denomina vector desplazamiento.



Para expresar cuantitativamente los cambios de forma y dimensión se hace la siguiente consideración.



Siendo el valor medio de la deformación

$$\varepsilon_m = \frac{\Delta s}{s}$$

Siendo la denominada deformación longitudinal unitaria

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{s}$$

Para una mejor comprensión de los términos aquí tratados se debe establecer de forma clara lo siguiente:

Desplazamiento: puede ser lineal y angular, el desplazamiento lineal está asociado a la medida del cambio de posición que sufre un punto del cuerpo al deformarse, en tanto el desplazamiento angular está asociado a la medida del giro que sufre una recta perteneciente al cuerpo al deformarse este último.

El desplazamiento es un concepto intuitivo que tiene todo ser humano y no es más que la medida del cambio de posición que sufre un punto o una recta al cambiar de posición debido a la deformación que sufre el cuerpo, en el primer caso estamos en presencia del desplazamiento lineal y en el segundo caso del desplazamiento angular.

La **condición de rigidez** se encuentra asociada a los desplazamientos de forma tal que:

$\delta_{\text{máx}} \leq [\delta]$ cuya expresión permite analizar tanto los desplazamientos lineales como los angulares.

Siendo:

$[\delta]$ es el desplazamiento lineal o angular admisible.

Estas **condiciones de resistencia y rigidez** son las que permiten cumplir con el objetivo de la Resistencia de Materiales de **comprobar y diseñar**. Sin embargo, si ya se saben las expresiones para establecer ambas condiciones se requiere ahora saber cómo se determinan las magnitudes de los esfuerzos y los desplazamientos, por lo que a continuación en los próximos temas se estudiarán más pormenorizadamente los esfuerzos y los desplazamientos.

1.7 Conclusiones.

Este tema establece los conceptos fundamentales a partir de los cuales se desarrollará la asignatura siendo de vital importancia el dominio de los mismos por parte de los estudiantes para lograr establecer los procedimientos de análisis de Resistencia, Rigidez y Estabilidad que serán explicados para cada una de las solicitaciones. Se recomienda para una mejor asimilación dar respuestas a las siguientes preguntas teóricas.

PREGUNTAS TEORICAS TEMA I. RESISTENCIA DE MATERIALES I

1. ¿Cuál es el objetivo fundamental de la Resistencia de Materiales?
2. ¿Cuáles son las configuraciones típicas que serán usadas para describir la geometría dentro de la Resistencia de Materiales?
3. Plantee tres hipótesis básicas de la resistencia de materiales
4. ¿Qué usted entiende por sistema real y esquema de análisis?
5. Explique que simplificaciones son hechas con relación a la geometría de las piezas. Ejemplifique en cada caso.
6. ¿Qué se entiende por fuerza interna y por fuerza externa?
7. ¿Cuáles son las fuerzas internas que pueden aparecer en una sección transversal arbitraria de un cuerpo en el caso más general?
8. ¿Qué se entiende por esfuerzo y como se clasifican los mismos?
9. ¿Qué se entiende por desplazamiento y como se clasifican los mismos?
10. ¿Cómo se plantean las condiciones de Resistencia y Rigidez en los análisis de Resistencia de Materiales?