

RESISTENCIA DE MATERIALES I

Clase Práctica 7

TEORIAS DE RESISTENCIA

Recordar de la conferencia los siguientes aspectos:

- **Teoría de Galileo** o del esfuerzo normal máximo.

$$\sigma_{eq} = \sigma_1$$

- **Teoría de Mariotte & Saint Venant** o de la deformación lineal máxima.

$$\epsilon_{eq} = \epsilon_1$$

$$\frac{\sigma_{eq}}{E} = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)]$$

$$\sigma_{eq} = \sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)$$

- **Teoría de Coulomb** o del esfuerzo tangencial máximo.

$$\tau_{eq} = \tau_{MÁX}$$

$$\frac{\sigma_{eq}}{2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

$$\sigma_{eq} = \sigma_1 - \sigma_3$$

- **Teoría de Huber & Mises** o de la energía potencial unitaria debido al cambio de forma.

$$U_{0Feq} = U_{0F}$$

$$\frac{1+\nu}{6E} 2\sigma_{eq}^2 = \frac{1+\nu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

$$\sigma_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

- **Teoría de Mohr** o de los estados tensionales límites.

$$\sigma_{eq} = \sigma_1 - k\sigma_3$$

donde:

$$k = \frac{\sigma_{ft}}{\sigma_{fc}}, \text{ para materiales cuyo comportamiento es dúctil}$$

$$k = \frac{\sigma_{rt}}{\sigma_{rc}}, \text{ para materiales cuyo comportamiento es frágil}$$

σ_{ft} : Límite de fluencia a la tracción

σ_{fc} : Límite de fluencia a la compresión

σ_{rt} : Límite de resistencia a la tracción

σ_{rc} : Límite de resistencia a la compresión

De las cinco teorías de resistencia se seleccionará:

- Para **materiales que se comportan como dúctiles** con $k = \frac{\sigma_{ft}}{\sigma_{fc}} = 1$, el criterio de **Huber & Mises**, que establece:

$$\sigma_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

- Para el **resto de los materiales** el criterio de **Mohr**, que establece:

$$\sigma_{eq} = \sigma_1 - k\sigma_3$$

Así para **diseñar y comprobar en base a la condición de resistencia** se debe **cumplir** que:

$$\sigma_{eq} \leq [\sigma]$$

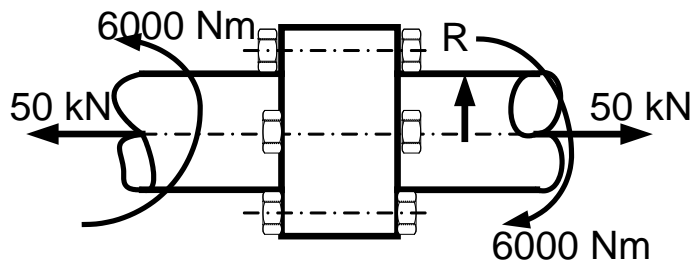
donde: $[\sigma] = \frac{\sigma_{ft}}{n}$ cuando el **comportamiento del material es dúctil**

$[\sigma] = \frac{\sigma_{rt}}{n}$ cuando el **comportamiento del material es frágil**

y n , es el **coeficiente de seguridad**

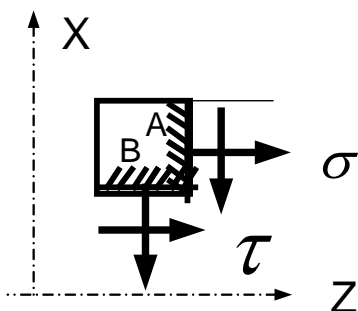
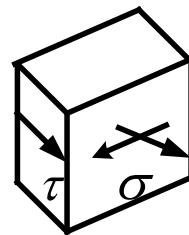
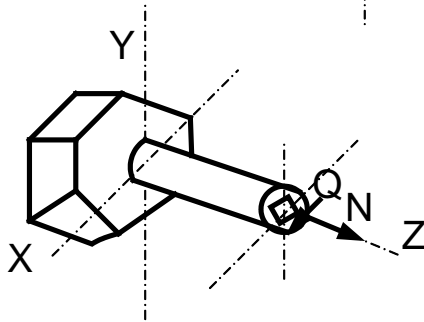
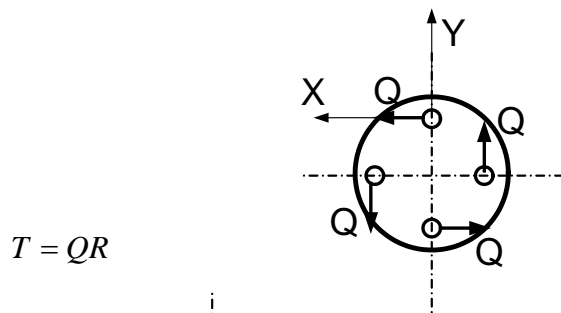
Problema 1

Dos ejes transmiten a través de un acoplamiento un torque de 6000 N-m y una fuerza axial de 50 kN. El acoplamiento está construido con cuatro pernos, no existiendo pretensión en los mismos. Considerando que cada perno transmite el mismo esfuerzo,



determine el diámetro de cada perno, si se sabe que están contruidos de acero con $\sigma_{ft} = 260 \text{ MPa}$ y se desea un coeficiente de seguridad de 1,5 (material dúctil), $k=1$, $R= 100 \text{ mm}$.

Vista lateral



$$Q = \frac{T}{4R} \qquad N = \frac{P}{4}$$

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{P}{\pi d^2}$$

$$\tau = \frac{Q}{A} = \frac{\tau}{\pi R d^2}$$

Como los esfuerzos están contenidos en un mismo plano, podemos utilizar la siguiente expresión:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \quad \text{Huber-Misses}$$

$$\sigma_{eq} \leq [\sigma]$$

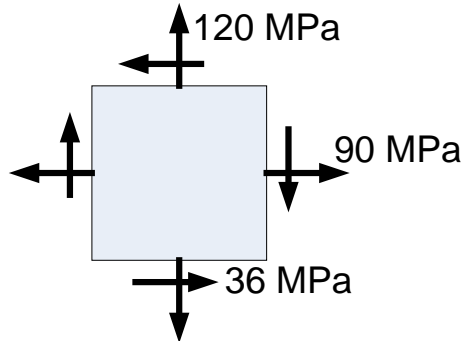
Sustituyendo y despejando el d, queda:

$$d \geq 14,44mm$$

Problema 2

Determine el coeficiente de seguridad usando

- Criterio de esfuerzo tangencial máximo
- Criterio de energía potencial



Datos: $\sigma_{ft} = 250 \text{ MPa}$

Solución:

$$a) \sigma_{\begin{smallmatrix} \text{máx} \\ \text{mín} \end{smallmatrix}} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2}$$

sustituyendo:

$$\sigma_{\begin{smallmatrix} \text{máx} \\ \text{mín} \end{smallmatrix}} = 105 \pm 39$$

$$\sigma_{\text{máx}} = 144 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{mín}} = 66 \text{ MPa}$$

$$\sigma_1 = 144 \text{ MPa}; \quad \sigma_2 = 66 \text{ MPa}; \quad \sigma_3 = 0$$

$$\sigma_{eq} = \sigma_1 - \sigma_3 \Rightarrow \sigma_{eq} = 144 \text{ MPa}$$

$$n = \frac{\sigma_{\text{lim}}}{\sigma_{\text{máx}}} = \frac{\sigma_{ft}}{\sigma_{eq}} \Rightarrow n = 1,74$$

$$b) \sigma_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

$$\sigma_{eq} = 124,85 \text{ MPa}$$

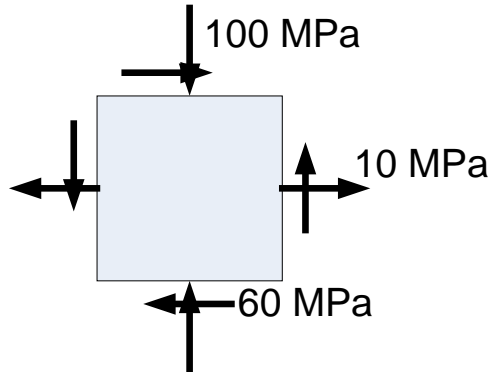
Calculando ahora el coeficiente de seguridad:

$$n = \frac{\sigma_{\text{lim}}}{\sigma_{\text{máx}}} = \frac{\sigma_{ft}}{\sigma_{eq}} \Rightarrow n = 2,002$$

Problema 3

En una fundición de aluminio se espera un estado tensional como el mostrado.

Sabiendo que $\sigma_{rt} = 80 \text{ MPa}$ y $\sigma_{rc} = 200 \text{ MPa}$ y utilizando el criterio de Mohr, determine si ocurre rotura o no.



Solución:

$$\sigma_{\begin{smallmatrix} máx \\ mín \end{smallmatrix}} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2}$$

$$\sigma_{máx} = 36,39 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{mín} = -126,39 \text{ MPa}$$

$$\sigma_1 = 36,39 \text{ MPa}; \quad \sigma_2 = 0; \quad \sigma_3 = -126,39 \text{ MPa}$$

$$k = \frac{\sigma_{rt}}{\sigma_{rc}} = 0,4$$

$$\sigma_{eq} = \sigma_1 - k\sigma_3 \Rightarrow$$

$$\sigma_{eq} = 86,946 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{eq} \geq \sigma_{rt}$$

$$86,946 \text{ MPa} \geq 80 \text{ MPa} \Rightarrow \text{rotura}$$