

## RESISTENCIA DE MATERIALES I

Clase Práctica 8  
TORSIÓN

$$\theta = \frac{Mt}{G \cdot I_p}$$

$$\varphi = \frac{Mt \cdot l}{G \cdot I_p}$$

$$\tau = \frac{Mt}{I_p} \cdot \rho$$

Recordar de la conferencia los siguientes aspectos:

$$I_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32}$$

$$I_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32} \left(1 - \frac{d_0^4}{d^4}\right)$$

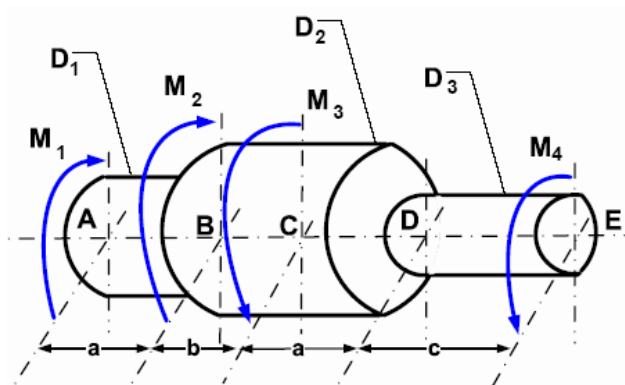
$$\tau_{\max} = \frac{Mt}{W_p}$$

Condición de resistencia:  $\tau_{\max} \leq [\tau]$

Condición de rigidez:  $\theta_{\max} \leq [\theta]$

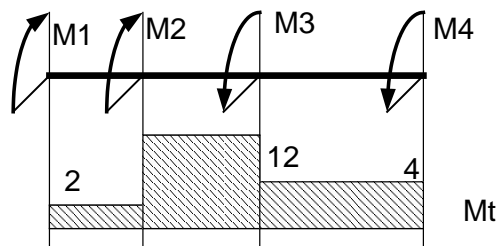
**Problema 1**

El árbol escalonado está sometido a los momentos mostrados y equilibrado por el momento  $M_4$ . Realice la comprobación a resistencia y a rigidez si se conoce:



$[\tau] = 160 \cdot 10^6 \text{ Pa}$	$M_3 = 8 \text{ kN-m}$
$D_1 = 63.5 \text{ mm}$	$a = 0.5 \text{ m}$
$D_2 = 115 \text{ mm}$	$b = 1 \text{ m}$
$D_3 = 100 \text{ mm}$	$c = 1.2 \text{ m}$
$M_1 = 2 \text{ kN-m}$	$[\theta] = 1.5^\circ / \text{m}$
$M_2 = 10 \text{ kN-m}$	$G = 8 \times 10^4 \text{ MPa}$

Solución:



Calculamos el esfuerzo tangencial para cada tramo:

$$\tau = \frac{Mt}{W_p} \Rightarrow \begin{aligned} \tau_1 &= 39,05 \text{ MPa} & \tau_3 &= 13,15 \text{ MPa} \\ \tau_2 &= 39,45 \text{ MPa} & \tau_4 &= 20 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Para aplicarla condición de resistencia tomamos el valor del esfuerzo mayor:

$$\tau_{\max} \leq [\tau] \Rightarrow$$

$39,45 \leq 160 \text{ MPa}$ , por lo tanto cumple con la condición

Aplicando el criterio de rigidez:

$$\theta_{\max} \leq [\theta]$$

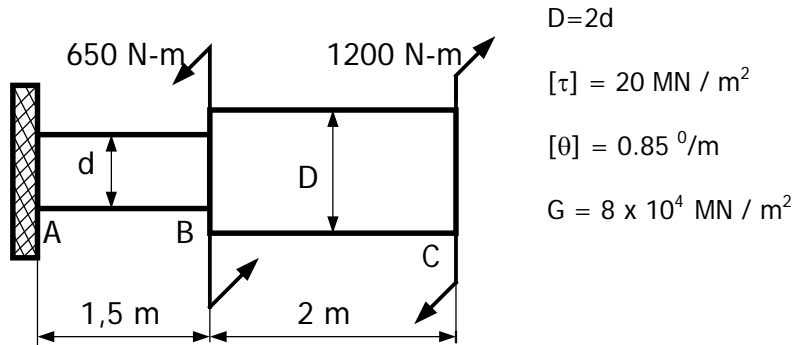
$$\text{donde } [\theta] = 1,5 \frac{^\circ}{m} \Rightarrow 2,6 \cdot 10^{-5} \frac{rad}{mm}$$

$$\text{Recordando que: } \theta_{\max} = \frac{Mt}{GI_p}$$

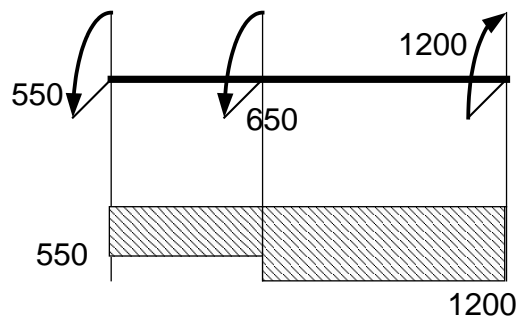
$$0,85 \cdot 10^{-5} \leq 2,6 \cdot 10^{-5}, \text{ por lo tanto cumple con el criterio}$$

**Problema 2**

Determine el diámetro necesario que ud. recomendaría para el árbol de la fig. si se conoce:



**Solución:**



Analizando  $\tau = \frac{Mt}{W_p}$  para cada tramo se puede concluir que el esfuerzo en el primer tramo es mayor, por lo tanto aplicamos la condición de resistencia con esos valores

$\tau_{m\acute{a}x} \leq [\tau]$  utilizando el valor de momento torsor de ese tramo, despejamos el diámetro  $\Rightarrow$

$$d \geq 51,61 \text{ mm} \quad *$$

Aplicando ahora, el criterio de rigidez,

$$\theta_{m\acute{a}x} \leq [\theta] \quad \text{donde} \quad [\theta] = 0,85 \frac{^\circ}{\text{m}} \Rightarrow 1,48 \cdot 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{mm}}$$

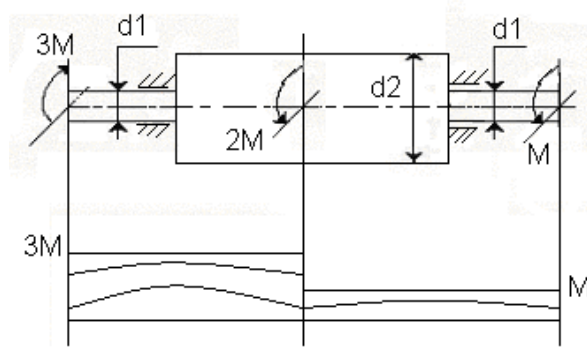
$$\text{Recordando que: } \theta_{\max} = \frac{Mt}{GIp}$$

Despejando el diámetro queda:

$$d \geq 46,42 \text{ mm} \quad \text{tomamos el valor señalado por asterisco.}$$

**Problema 3**

Determine cuál debe ser el material del cual debe construirse la masa de un laminador, mostrado en la figura y el ángulo de giro unitario máximo, si se conoce que es un árbol macizo escalonado y que el valor de  $M = 60 \text{ N m}$



Datos:

Acero 40 x  $\Rightarrow \tau_{fl} = 500 \text{ MPa}$

Acero 45 x  $\Rightarrow \tau_{fl} = 250 \text{ MPa}$

Acero 40  $\Rightarrow \tau_{fl} = 230 \text{ MPa}$

$d_1 = 20 \text{ mm}$

$d_2 = 40 \text{ mm}$

$n = 2,5$

$$\tau_1 = \frac{3(60000)}{0,2(20)^3} = 112,5 \text{ MPa}$$

$$\tau_2 = \frac{3(60000)}{0,2(40)^3} = 14,06 \text{ MPa}$$

$$\tau_3 = \frac{60000}{0,2(40)^3} = 4,68 \text{ MPa}$$

$$\tau_4 = \frac{60000}{0,2(20)^3} = 37,5 \text{ MPa}$$

Debe tomarse el acero 40x porque su  $[\tau] = 200 \text{ MPa}$

Cálculo del ángulo de giro unitario:

$$\theta_{máx} = \frac{Mt}{G.I_p} = \frac{3(60000)}{8.10^4.0,1(20)^4} \Rightarrow \theta_{máx} = 1,4.10^{-4} \frac{\text{rad}}{\text{mm}}$$