

RESISTENCIA DE MATERIALES I

Clase Práctica 9
TORSIÓN

Recordar de la conferencia los siguientes aspectos:

Las expresiones de cálculo son las siguientes

$$\tau_{\max} = \frac{Mt}{W_t} \quad \theta = \frac{Mt}{GI_T} \quad \varphi = \frac{Mtl}{GI_T}$$

donde W_T e I_T son características geométricas de las secciones que dependerán de su configuración y pueden ser obtenidas a través de tablas o manuales.

$$W_t = \alpha \cdot a \cdot b^2 \quad I_t = \beta \cdot a \cdot b^3$$

donde $a \geq b$ para el punto B, $\tau_B = \eta \tau_A$

$$\tau_A = \tau_{\max} = \frac{Mt}{\alpha \cdot a \cdot b^2} \quad \theta = \frac{Mt}{G \cdot \beta \cdot a \cdot b^3}$$

$$\varphi = \frac{Mtl}{G \cdot \beta \cdot a \cdot b^3}$$

Los valores de los coeficientes ya mencionados pueden ser obtenidos de la tabla siguiente

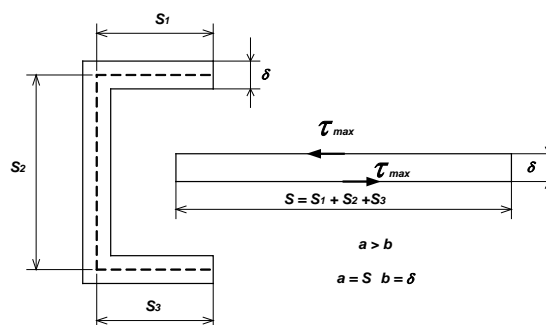
Tabla No. 2. Resistencia de Materiales V. I. Feodosiev pag. 100

a/b	1	1.5	1.75	2	...	10	∞
α	0.208	0.231	0.239	0.246	...	0.313	0.333
β	0.141	0.196	0.214	0.229	...	0.313	0.333
η	1.00	0.859	0.820	0.795	...	0.746	0.742

Perfiles Delgados Abiertos
Rectificables (PDAR)

$$W_t = \alpha \cdot a \cdot b^2 = \frac{1}{3} S \cdot \delta^2$$

$$I_t = \beta \cdot a \cdot b^3 = \frac{1}{3} S \cdot \delta^3$$



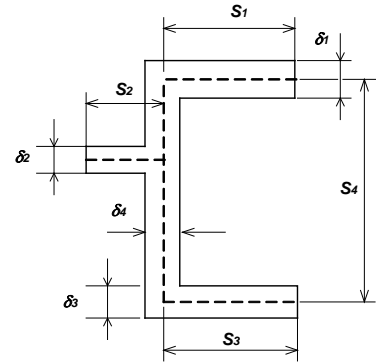
$$a \gg b \Rightarrow s \gg \delta \Rightarrow \alpha = \beta = \frac{1}{3} = 0.333$$

Perfiles Delgados Abiertos no

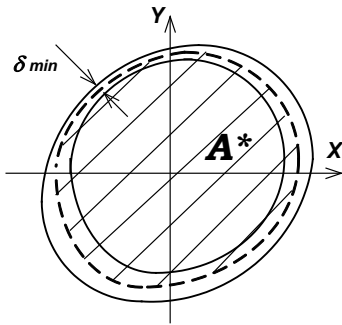
Rectificables (PDA no R)

$$W_t = \frac{I_t}{\delta_{\max}}$$

$$I_t = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n S_i \cdot \delta_i^3$$



Perfiles Delgados Cerrados (PDC)



$$W_t = 2 \cdot A^* \cdot \delta_{\min}$$

$$I_t = \frac{4 \cdot A^{*2}}{\int \frac{dS}{\delta}}$$

Problema 1

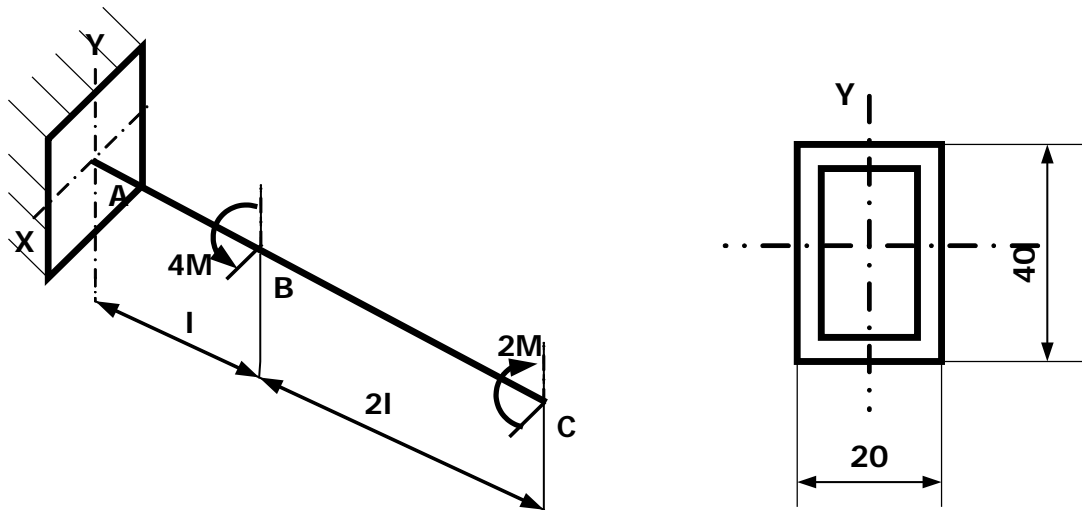
Calcule cuanto debe girar la sección "c" de la barra respecto al empotramiento, para que la misma se deforme plásticamente. El espesor de la pared es de 4 mm

Datos:

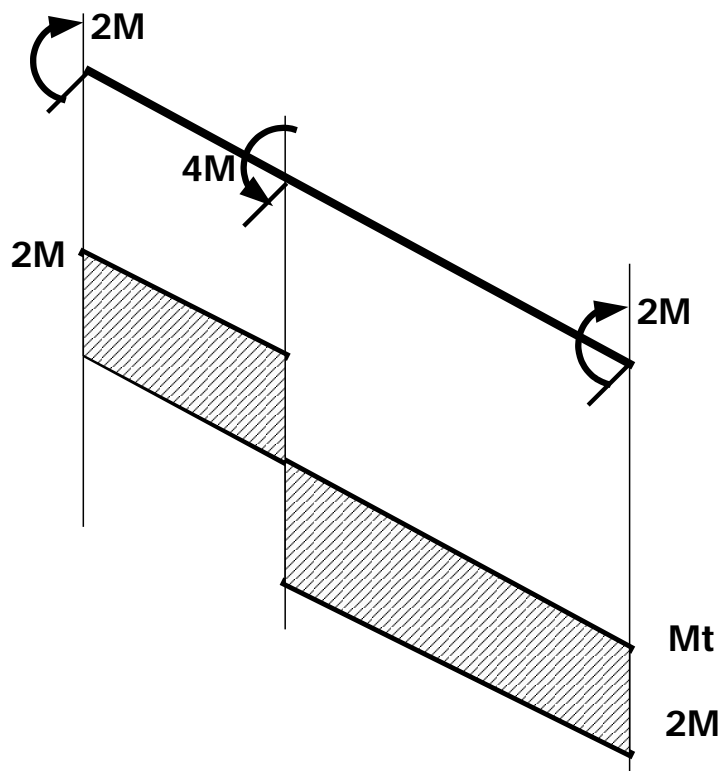
$$G = 8 \times 10^4 \text{ MPa}$$

$$l = 0,8 \text{ m}$$

$$\tau_{fl} = 200 \text{ MPa}$$



Solución:



Para que se deforme plásticamente:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \tau_{fl}$$

$$\frac{Mt}{W_t} = \tau_{fl}$$

Calculando W_t

$$W_t = 2A^* \delta_{min}$$

$$W_t = 2.16.36.4 \Rightarrow W_t = 4608 mm^3$$

despejando el Mt queda:

$$Mt = 921600 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\Phi_{CA} = \Phi_{CB} + \Phi_{BA} \quad \Phi_{BA} = \frac{2M.l}{G.I_T} ; \quad \Phi_{CB} = -\frac{2M.2l}{G.I_T}$$

donde $I_T = \frac{4A^{*2}}{\int \frac{dS}{\delta}}$ sustituyendo:

$$I_T = 51042,4615 \text{ mm}^4$$

Obteniendo por fin:

$$\Phi_{CA} = -0,3611 \text{ rad.}$$

Problema 2

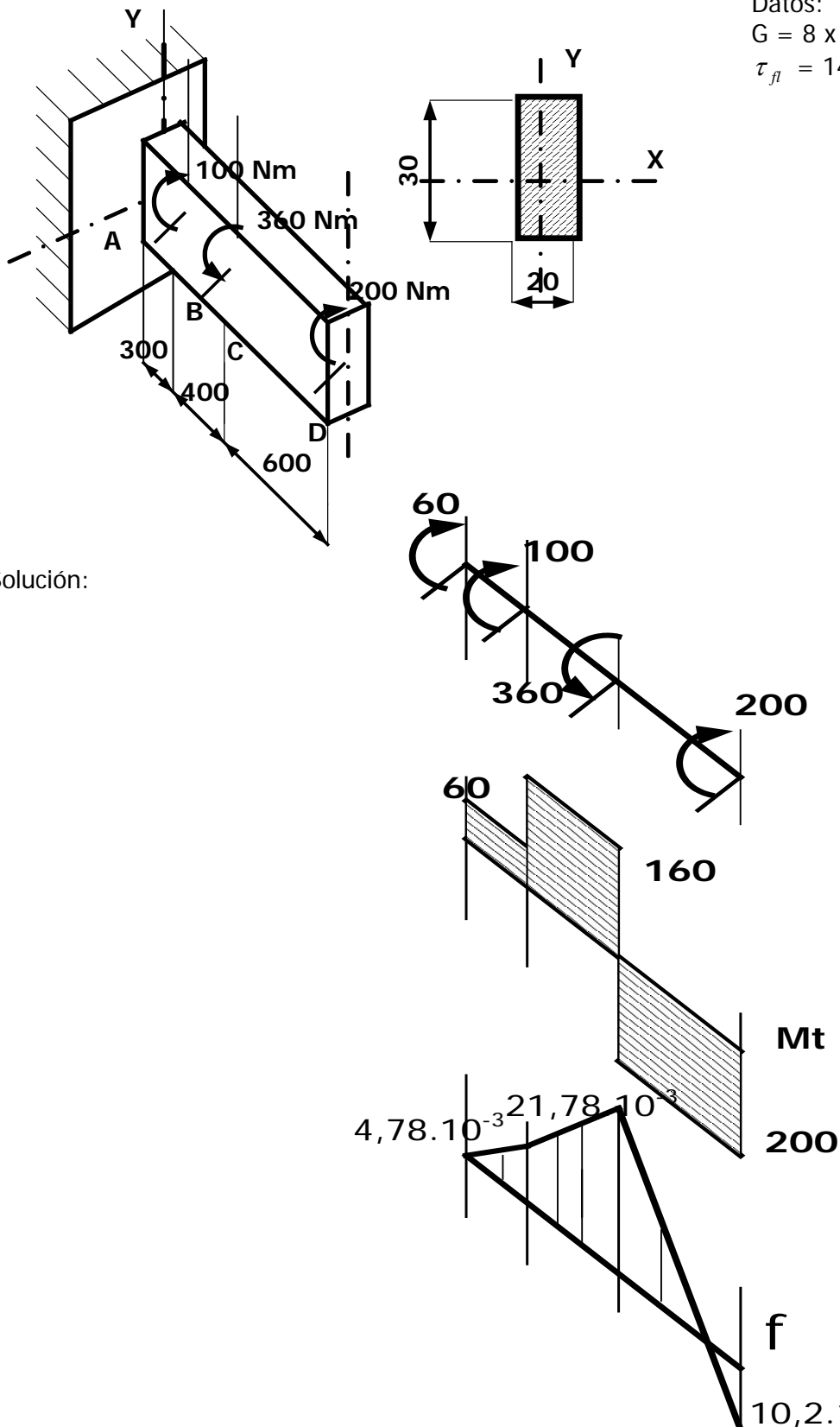
Para el árbol mostrado determine:

- Si aparecen o no deformaciones plásticas
- Ángulo de torsión máximo

Datos:

$$G = 8 \times 10^4 \text{ MPa}$$

$$\tau_{fl} = 140 \text{ MPa}$$



Solución:

$$\tau_{m\acute{a}x} \langle \tau_{fl}$$

$$\frac{Mt}{Wt} \langle \tau_{fl} \quad -1- \quad Wt = \alpha ab^2 \quad \frac{a}{b} = 1,5$$

$$\alpha = 0,231 \\ \beta = 0,196 \Rightarrow Wt = 2772 \text{ mm}^3$$

$$I_T = \beta ab^3 \Rightarrow I_T = 47040 \text{ mm}^4$$

Sustituyendo en la ecuación 1:

Tomando $Mt = 200\,000 \text{ N-mm}$ queda:

$72,1 < 140$ no hay deformaciones plásticas

Determinando el ángulo de torsión máximo:

$$\varphi_A = 0$$

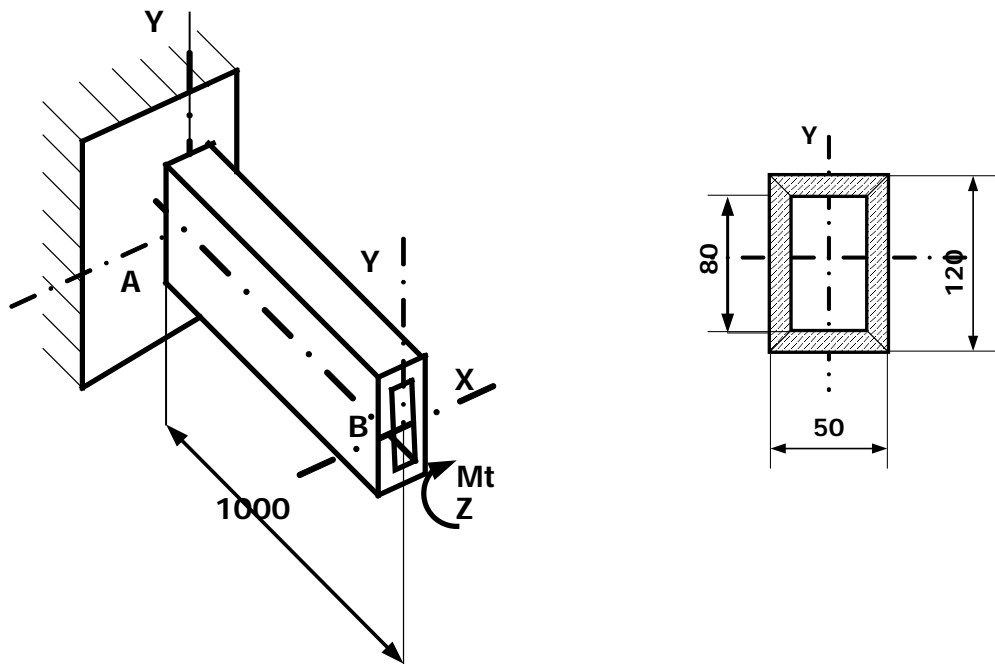
$$\varphi_B = \varphi_A + \frac{Mt_{AB} l_{AB}}{GI_T} \Rightarrow \varphi_B = 0,00478 \text{ rad}$$

$$\varphi_C = \varphi_B + \frac{Mt_{BC} l_{BC}}{GI_T} \Rightarrow \varphi_C = 0,02178 \text{ rad}$$

$$\varphi_D = \varphi_C + \frac{Mt_{CD} l_{CD}}{GI_T} \Rightarrow \varphi_D = -0,0101 \text{ rad}$$

Problema 3

Determine el momento torsor máximo que se puede aplicar al perfil de aluminio de la figura, si el esfuerzo admisible es de 160 MPa y el ángulo de torsión no debe ser mayor de 1° . $G = 8 \times 10^4$ MPa



Solución:

$$W_t = 2A^* \delta_{min} \quad A^* = 4000 \text{ mm}^2 \quad \delta_{min} = 10 \Rightarrow$$

$$W_t = 80000 \text{ mm}^3$$

Condición de Resistencia

$$\tau_{max} \leq [\tau]$$

$$\frac{Mt}{W_t} \leq [\tau] \quad \text{donde despejando } Mt \text{ queda:}$$

$$Mt \leq 4800000 \text{ Nmm}$$

$$I_T = \frac{4A^{*2}}{\int \frac{dS}{\delta}} \quad \text{sustituyendo obtenemos:}$$

$$I_T = 2,67 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

Convirtiendo $1^\circ = 0,01745 \text{ rad}$

planteamos la condición de rigidez

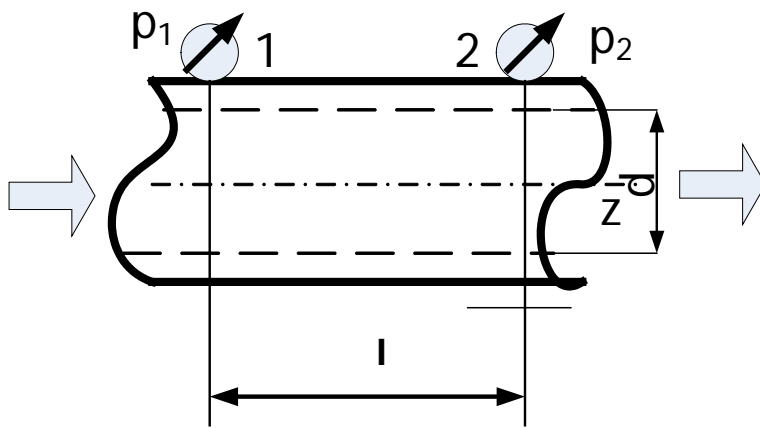
$$\Phi_{BA} = \frac{2M.l}{G.I_T} \leq 0,01745$$

despejando de esa fórmula el valor del momento torsor, obtenemos:

$$M_t \leq 1211379 \text{ Nmm}$$

Problema propuesto:

Por la tubería mostrada en la figura fluye establemente aceite y los manómetros 1 y 2 registran las presiones p_1 y p_2 . Si la presión disminuye linealmente con la magnitud de la tubería, determine los esfuerzos y deformaciones principales en un punto interior de la tubería correspondiente a la sección media entre los manómetros.



Datos:

$$p_1 = 4 \text{ MPa}$$

$$p_2 = 2 \text{ MPa}$$

$$d = 100 \text{ mm}$$

$$l = 300 \text{ mm}$$

$$E = 2 \times 10^5 \text{ MPa}$$

$$\mu = 0,3$$