

## RESISTENCIA DE MATERIALES I

## Clase Práctica 11

## FLEXIÓN TRANSVERSAL PLANA

Recordar de la conferencia los siguientes aspectos:

Fórmula de Shuravskii

$$\tau_{zy} = \frac{Q_y S_x^*}{I_x b}$$

donde:  $\tau_{zy}$  es el esfuerzo tangencial en el punto.

$Q_y$  es la fuerza cortante en la dirección del eje y

$S_x^*$  es el momento estático del área que se encuentra por encima de la fibra que contiene al punto en cuestión.

$I_x$  es el momento de inercia respecto al eje x.

$b$  es el ancho de la fibra que contiene al punto en cuestión.

**Flexión transversal oblicua**

- Cuando se está en presencia de una **barra larga**  $L \geq 5h$ , se puede despreciar el efecto del cortante y transformar la flexión transversal en flexión pura.
- Si en la sección transversal de la barra se cumple que los momentos de inercia respecto a ambos ejes coinciden,  $I_x = I_y$ , se puede transformar la flexión oblicua en flexión plana.

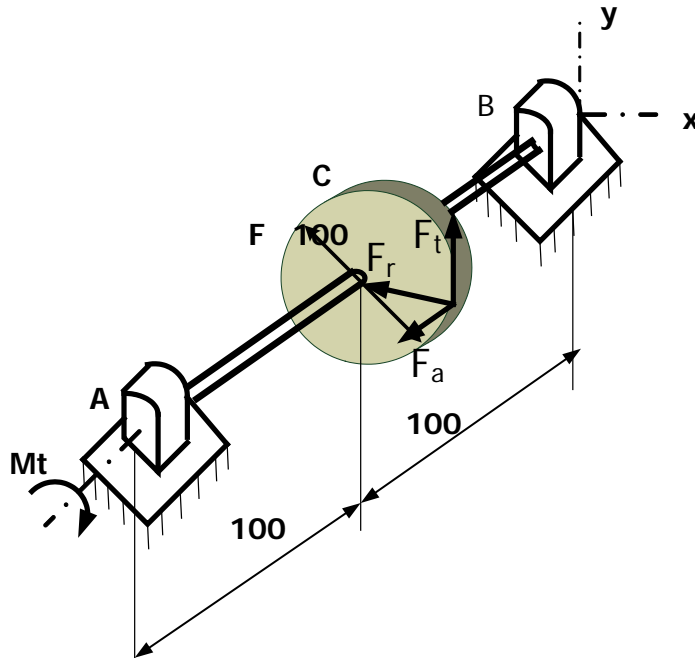
Así si se está en presencia de una barra larga de sección circular sometida a flexión transversal oblicua, como  $L \geq 5h$ , e  $I_x = I_y$ , se puede transformar la flexión transversal oblicua en una flexión pura plana y por lo tanto la condición de resistencia adoptaría la forma:

$$\sigma_{\text{máx}} = \pm \frac{M_f}{W} = \pm \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2}}{W} \leq [\sigma]_{t,c} \quad \text{para } L \geq 5h$$

**e**  $I_x = I_y$

**Problema 1**

Una rueda dentada cilíndrica de dientes oblicuos está acoplada a un árbol de 40 mm de diámetro. Compruebe la resistencia. Cargas axiales en A.



Datos:

$$\sigma_{flc} = 480 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{flt} = 360 \text{ MPa}$$

$$n = 1,2$$

$$F_t = 30 \text{ kN}$$

$$F_r = 10 \text{ kN}$$

$$F_a = 2 \text{ kN}$$

Solución:

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow F_a = 2 \text{ kN}$$

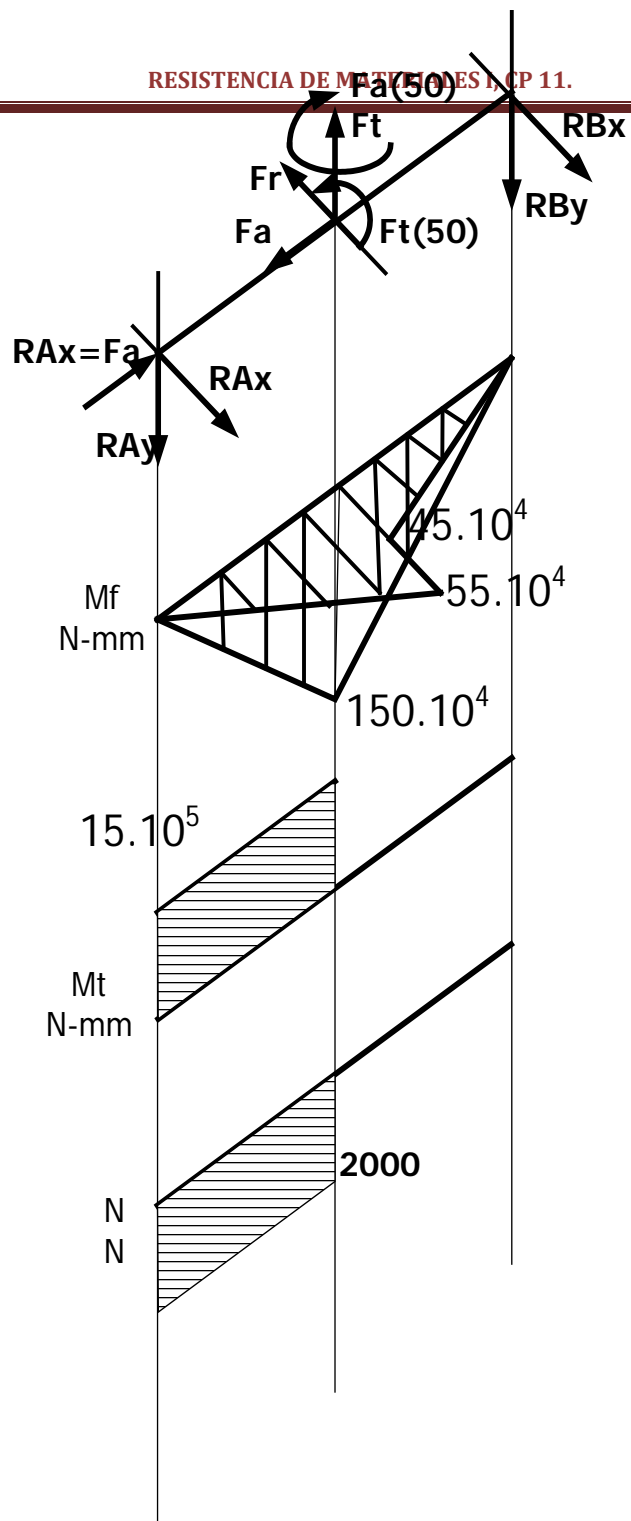
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_{Ay} + R_{By} = 0$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_{Ax} + R_{Bx} = 0$$

$$\sum M_{Ax} = 0 \Rightarrow R_{Ax} = 5,5 \text{ kN} \rightarrow R_{Bx} = 4,5 \text{ kN}$$

$$\sum M_{Ay} = 0 \Rightarrow R_{Ay} = 15 \text{ kN} \rightarrow R_{By} = 15 \text{ kN}$$

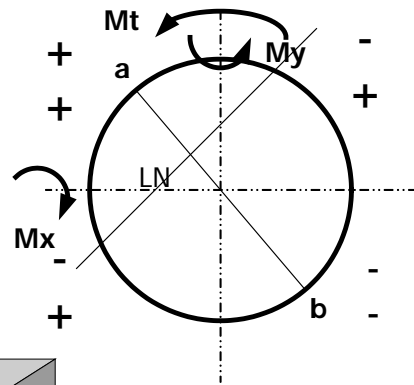
A continuación se muestra el DCL y los gráficos:



Sección más peligrosa C

$$\sigma = \frac{My}{Ix} \cdot \frac{Ix}{Iy} X + - \frac{N}{A}$$

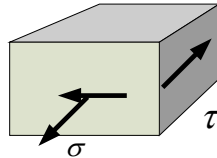
$$y = - \frac{My}{Mx} \cdot \frac{Ix}{Iy} X - \frac{NIx}{MxA}$$



Análisis del punto más peligroso

Punto a

$$\tau = \frac{Mt}{W_p} = 117,2 MPa$$

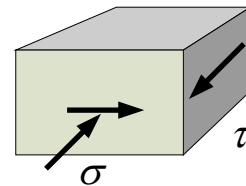


$$\sigma_a = \frac{\sqrt{Mx^2 + My^2}}{W_x} - \frac{N}{A} \text{ sustituyendo : } \sigma_a = 248 MPa$$

Análisis del punto B

$$\tau_b = 117,2 MPa$$

$$\sigma_b = - \frac{\sqrt{Mx^2 + My^2}}{W_x} - \frac{N}{A} \text{ sustituyendo : } \sigma_b = -251,2 MPa$$



Calculando los esfuerzos en el punto A:

$$\sigma_{\max} = \frac{248}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{248}{2}\right)^2 + (117,2)^2} \Rightarrow \sigma_{\max} = 124 \pm 170,62 \Rightarrow$$

$$\sigma_{\max} = 294,62 MPa$$

$$\sigma_{\min} = -46,62 MPa$$

Por lo tanto:

$$\sigma_1 = 294,62 MPa$$

$$\sigma_2 = 0$$

$$\sigma_3 = -46,62 MPa$$

Calculando los esfuerzos en el punto B:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{-251,2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{251,2}{2}\right)^2 + (117,2)^2} \Rightarrow \sigma_{m\acute{a}x}_{m\acute{i}n} = -125,6 \pm 171,8 \Rightarrow$$

$$\sigma_{m\acute{a}x} = 46,2MPa$$

$$\sigma_{m\acute{i}n} = -297,41MPa$$

Por lo tanto:

$$\sigma_1 = 46,2MPa$$

$$\sigma_2 = 0$$

$$\sigma_3 = -297,41MPa$$

$$\text{Como } \sigma_{ft} \neq \sigma_{fc} \Rightarrow \text{Mohr} \Rightarrow k = \frac{\sigma_{ft}}{\sigma_{fc}} = 0,75$$

$$\sigma_{eq} = \sigma_1 - k\sigma_3$$

Sustituyendo los valores para obtener el esfuerzo equivalente en a y b:

$$\sigma_{eq_A} = 329,55MPa$$

$$\sigma_{eq_B} = 269,25MPa$$

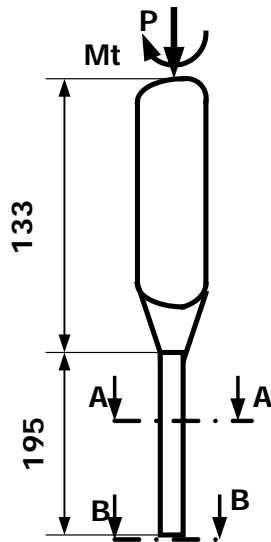
Siendo a el punto más peligroso

$$\sigma_{eq_A} \leq [\sigma]_t$$

329,55MPa > 300MPa  $\Rightarrow$  por lo que no cumple con la condición

**Problema 2**

Efectúe el cálculo de comprobación por resistencia del destornillador mostrado en la figura, si durante su utilización la persona que lo manipula le aplica las cargas representadas

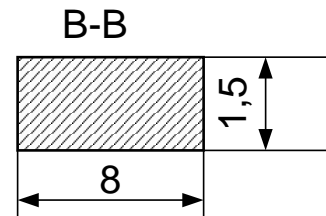
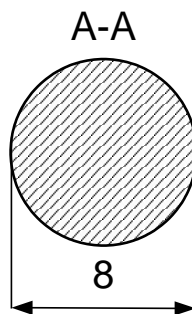


Datos

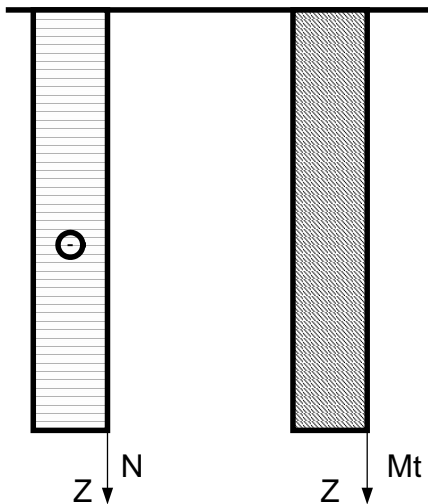
$$M = 2 \text{ Nm}$$

$$P = 200 \text{ N}$$

$$\sigma_{rt} = \sigma_{rc} = 840 \text{ MPa}$$



Solución:  
Obtenemos los gráficos:



Cálculo del vástago:

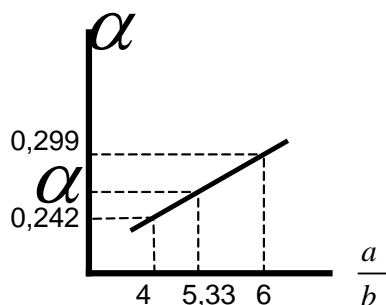
$$\tau = \frac{Mt}{W_p} = 19,5 \text{ MPa}$$

$$\sigma = \frac{N}{A} = 4 \text{ MPa}$$

Cálculo de la paleta:

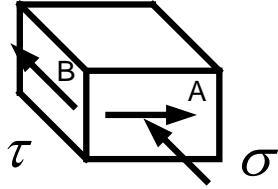
$$\tau = \frac{Mt}{W_t} = \frac{Mt}{\alpha ab^2} = 379 \text{ MPa}$$

$$\frac{a}{b} = 5,33 \Rightarrow \alpha = 0,293 \text{ interpolando:}$$



$$\sigma = \frac{N}{A} = 16,6 MPa$$

Haciendo un análisis de las fuerzas que aparecen en el extremo del destornillador:



$$\sigma_{\begin{smallmatrix} máx \\ mín \end{smallmatrix}} = \frac{\sigma_A + \sigma_B}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_A + \sigma_B}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

$$\sigma_{máx} = 370,79 MPa$$

$$\sigma_{mín} = -387,39 MPa$$

$$\sigma_1 = 370,79 MPa$$

$$\sigma_2 = 0$$

$$\sigma_3 = -387,39 MPa$$

$$\sigma_{eq} = \sigma_1 - k\sigma_3$$

Sustituyendo los valores para obtener el esfuerzo equivalente en a y b:

$$\sigma_{eq_A} = 757,3 MPa$$

$$\sigma_{eq_A} \leq [\sigma]_t$$

$$757,3 MPa < 840 MPa \quad \Rightarrow \quad \text{por lo que cumple con la condición}$$